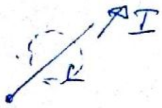
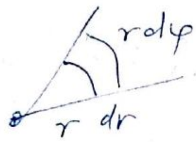
1, Egyenes vezető tere



$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_A \vec{j}\cdot d\vec{A} \Rightarrow H\cdot 2\pi r = I$$

$$\boxed{H = \frac{I}{2\pi r}}$$

Teljes ~~térben~~ vezetőben tárolt energia



$$\cancel{w = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2}\mu_0 H^2}$$

$$W = \cancel{\int w\,dV = \int_0^{2\pi}\int_R^{\infty} \frac{1}{2}\mu_0\left(\frac{I}{2\pi r}\right)^2 r\,d\varphi\,dr} =$$

$$\cancel{= \int_0^{2\pi}\int_R^{\infty}}$$

A vezetőn belüli tér

$$2\pi r\cdot H = r^2\pi\cdot\frac{I}{R^2\pi} = \frac{r^2}{R^2} I$$

$$H = r\cdot\frac{I}{2\pi\cdot R^2}$$

$$W = \int_0^R\int_0^{2\pi}\int_0^l \frac{1}{2}\mu_0\cdot\left(\frac{I}{2\pi R^2}\cdot r\right)^2 dl\cdot r\,d\varphi\cdot dr =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 R^4}\cdot 2\pi\cdot l\cdot \underbrace{\int_0^R r^3\,dr}_{\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R = \frac{R^4}{4}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi\cdot R^4}\cdot\frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 l}{8\pi}\cdot I^2$$

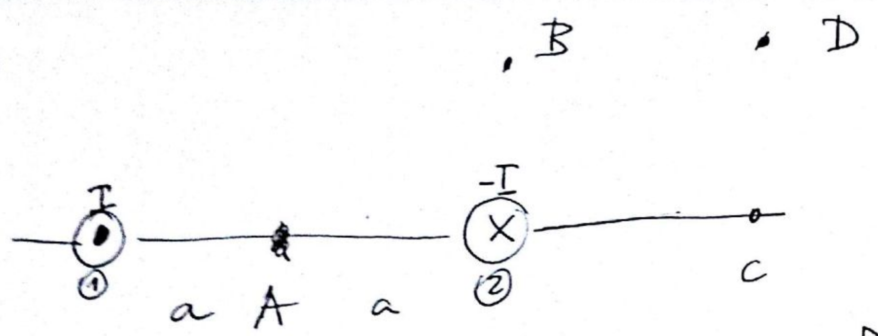
belső önindukciós tényező: $W = \frac{1}{2} L_b\cdot I^2 \Rightarrow \boxed{L_b = \frac{\mu_0 l}{8\pi}}$

2016. X. 27/2

EMT

2)

mágneses térerősség a keresett pontokban (A, B, C, D)



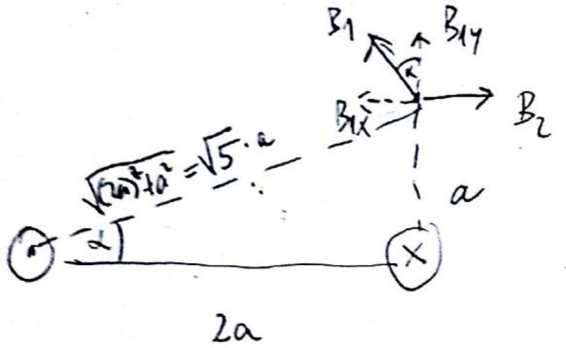
$$B_0 = \frac{I}{2\pi a}$$

Ⓐ

$B_A = B_1 + B_2$ (azonos irányúak)

$B_1 = B_2 = B_0 \qquad B_A = 2B_0$

Ⓑ



$B_{B,x} = B_2 - B_{1x}$; $B_1 = \frac{I}{\sqrt{5}a\,2\pi} = B_0/\sqrt{5}$

$B_{B,y} = B_{1y}$; $B_2 = \frac{I}{2\pi a} = B_0$

$$B_{1x} = B_1 \cdot \sin\alpha = B_1 \cdot \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{B_0}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{B_0}{5}$$

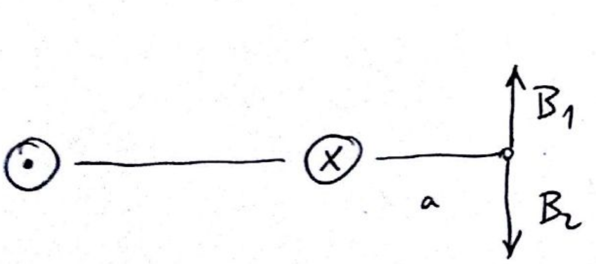
$$B_{1y} = B_1 \cdot \cos\alpha = B_1 \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}a} = \frac{B_0}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}B_0$$

$B_{Bx} = B_0 - \frac{B_0}{5} = \frac{4B_0}{5}$

$B_{B,y} = \frac{2}{5}B_0$

$$B_B = \sqrt{B_{Bx}^2 + B_{By}^2} = \sqrt{\left(\frac{4B_0}{5}\right)^2 + \left(\frac{2B_0}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{(16+4)B_0^2}{25}} = \sqrt{\frac{4}{5}B_0^2} = \sqrt{\frac{2}{5}}\cdot B_0$$

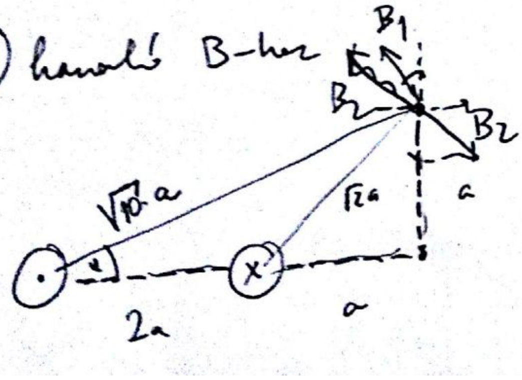
Ⓒ



$$B_C = B_1 - B_2 = \frac{I}{2\pi\cdot 3a} - \frac{I}{2\pi a} = \frac{B_0}{3} - B_0$$

mert $B_C = -\frac{2B_0}{3}$

Ⓓ hasonló B-hez



$B_1 = \frac{I}{2\pi\cdot\sqrt{10}a} = \frac{B_0}{\sqrt{10}}$; $B_2 = \frac{I}{2\pi\cdot\sqrt{2}a} = \frac{B_0}{\sqrt{2}}$

$B_{D,x} = B_{2,x} - B_{1,x}$; $B_{D,y} = B_{1,y} - B_{2,y}$

2016. X. 27/3
EMT

$$B_{1,x} = B_1 \cdot \sin\alpha = \frac{B_0}{\sqrt{10}} \cdot \frac{a}{\sqrt{10}a} = \frac{B_0}{10}$$

$$B_{1,y} = B_1 \cdot \cos\alpha = \frac{B_0}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3a}{\sqrt{10}a} = \frac{3B_0}{10}$$

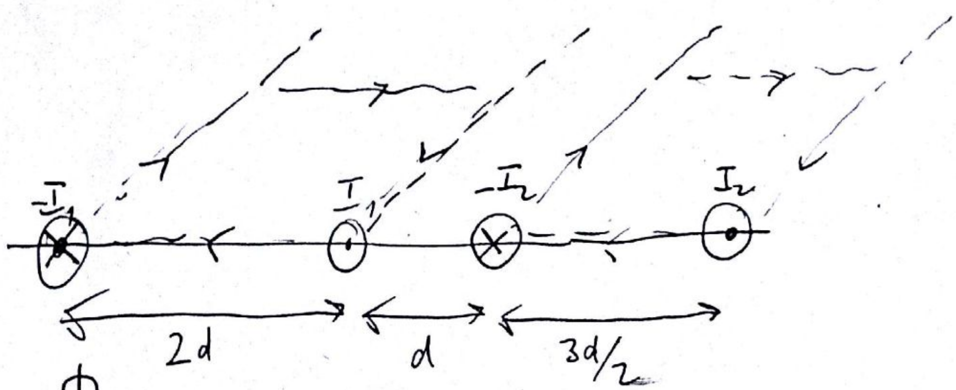
$$B_{2,x} = B_2 \cdot \sin\beta = \frac{B_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{B_0}{2}$$

$$B_{2,y} = B_2 \cdot \cos\beta = \frac{B_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{B_0}{2}$$

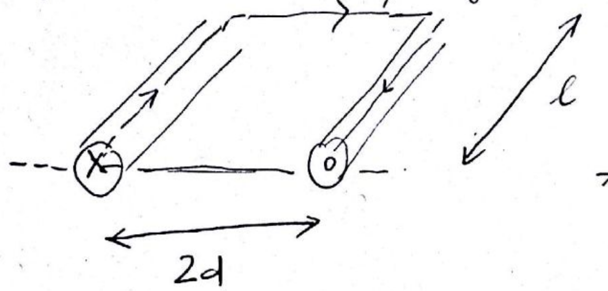
$$B_{p,x} = B_{2,x} - B_{1,x} = \frac{B_0}{2} - \frac{B_0}{10} = \frac{4B_0}{10} = \frac{2B_0}{5}$$

$$B_{p,y} = B_{1,y} - B_{2,y} = \frac{3B_0}{10} - \frac{B_0}{2} = -\frac{B_0}{5}$$

$$B_p = \sqrt{B_{p,x}^2 + B_{p,y}^2} = \sqrt{\left(\frac{2B_0}{5}\right)^2 + \left(-\frac{B_0}{5}\right)^2} = B_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$$



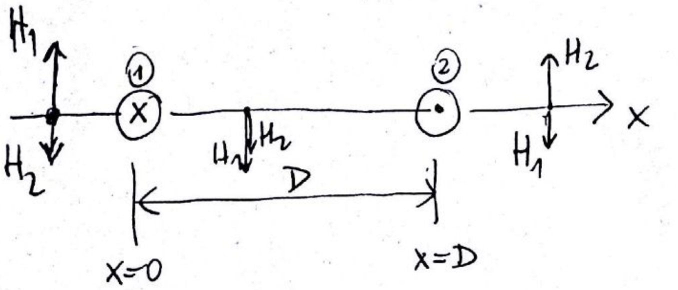
$$L_{11} = \frac{\Phi_1}{I_1}$$



görbe (irányítása megegyezik az áramok irányával)

⇓

tehát elegendő a vezetőkre merőleges vonal mentén vizsgálni



$x<0$ (baloldalitól balra)

$0<x<D$ (kettő között)

$D<x$ (jobboldalitól jobbra)

$x<0$ eredő felfelé

$$H = \frac{I}{2\pi x} - \frac{I}{2\pi(D-x)} = \frac{I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{D-x}\right)$$

$0<x<D$ eredő lefelé

$$H = \frac{I}{2\pi x} + \frac{I}{2\pi(D-x)} = \frac{I}{2\pi}\cdot\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right)$$

$D<x$ eredő felfelé

$$H = -\frac{I}{2\pi x} + \frac{I}{2\pi(x-D)}$$

Összindukcióval csak a $0<x<D$ számít (a vezetőn belül nem számítjuk!)

$\Phi = \Phi_x + \Phi_\bullet$; ahol Φ_x az ⊗ által létrehozott fluxus

~~Hato~~ $\Phi_\bullet$ az ⊙ által létrehozott fluxus

$$* \quad \Phi_x = \int_{r_0}^{D-r_0} \underbrace{\frac{I}{2\pi x}\cdot\mu_0}_{B}\cdot \underbrace{l\cdot dx}_{dA} = \frac{l\mu_0 I}{2\pi}\int_{r_0}^{D-r_0}\frac{dx}{x} = \mu_0\frac{Il}{2\pi}\Big[\ln x\Big]_{r_0}^{D-r_0} = I\cdot\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{D-r_0}{r_0}$$

$$\Phi_0 = \int_{r_0}^{D-r_0}\mu_0\frac{I}{2\pi(D-x)}\, l\cdot dx = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\int_{r_0}^{D-r_0}\frac{dx}{D-x} \underset{\uparrow}{=} \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\int_{D-r_0}^{r_0}\frac{-d\xi}{\xi}$$

változó transzf.

$\xi = D - x \Rightarrow x = D - \xi$

$r_0 \to D - r_0$ $\quad d\xi = -dx \to dx = -d\xi$

$D - r_0 \to D-(D-r_0) = r_0$

$(-1) \Rightarrow$ határok felcserélése

$$\overset{\downarrow}{=} \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\cdot\int_{r_0}^{D-r_0}\frac{d\xi}{\xi} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\cdot\ln\frac{D-r_0}{r_0}$$

fluxus csatolódás alkalmazása → külső önindukciós rész

$$L_{b,1} = \frac{\Phi_x + \Phi_0}{I} = \frac{\frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{D-r_0}{r_0} + \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{D-r_0}{r_0}}{2} = \frac{\mu_0 l}{\pi}\ln\frac{D-r_0}{r_0}$$

ahol $D = 2d$

* a $\vec{H}$ és görbe irányítása azonos, ezért $(+1)$-es a Φ-ben a szorzótényező

Megj.[1] Mi történne, ha vonalszerű drótvezetőt képzelnénk el? ~~több~~

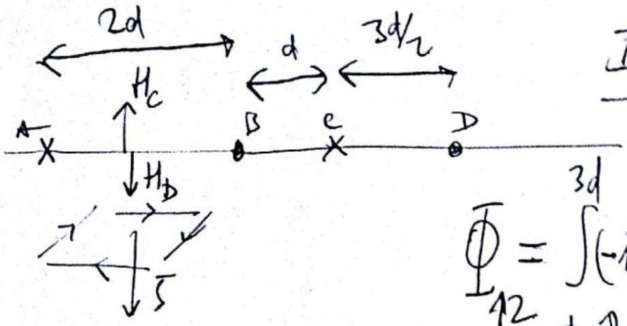
$$\lim_{r_0\to 0}\ln\frac{D-r_0}{r_0} = \infty$$ problémába ütközünk!

Önindukció szempontjából nem tekinthetjük végtelenül vékonynak!

Megj.[2] Az önindukció számításánál felvett görbe megegyezik az áram irányításával, ezért a fluxus amit generál mindig pozitív lesz.

Ebből következően az önindukció mindig pozitív értékű!

Megj.[3] A teljes önindukció: $L_{11} = L_1 = L_k + L_b$ lenne, azonban $\left(L_b = \frac{\mu_0 l}{8\pi}\right)$ általában jóval kisebb mint L_k, ezért elhanyagolható



I_2 hatása I_1-es hurokra

$$\Phi_{12} = \int_{d}^{3d} (-1) \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi x} \cdot l \cdot dx + \int_{5d/2}^{9d/2} (+1) \cdot \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x} \cdot l \cdot dx =$$

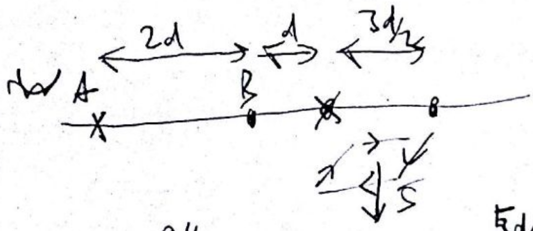
$\uparrow H_C \downarrow \bar S$ $\quad$ $H\downarrow \bar S \downarrow$

$$= \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi}\left(-\ln 3 + \ln \frac{9}{5}\right) = \frac{\mu_0 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{9}{15} \quad < 0$$

mert $\ln \frac{9}{15} < 0$

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{9}{15}\right)$$

I_1 hatása I_2-es hurokra



$$\Phi_{21} = \int_{3d}^{9d/2} (+1) \cdot \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \frac{dx}{x} + \int_{d}^{5d/2} (-1) \cdot \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln \frac{9d/2}{3d} - \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln \frac{5d/2}{d}$$

$H\downarrow \bar S\downarrow$ $\quad$ $H\uparrow \bar S\downarrow$

$$= \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \underbrace{\left(\ln \frac{9d/2}{3d} - \ln \frac{5d/2}{d}\right)}_{\ln\left(\frac{9/2}{3} \cdot \frac{1}{5/2}\right)} = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \cdot \ln \frac{9}{15}$$

ami megegyezik az előző eredménnyel