

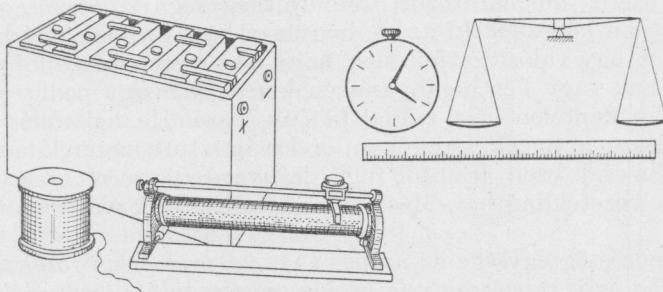
ÁRAM – MÁGNESES TÉR

1.1. Az egyenáram jellemzőinek mérése

1.1.1. Az áramerősség egysége

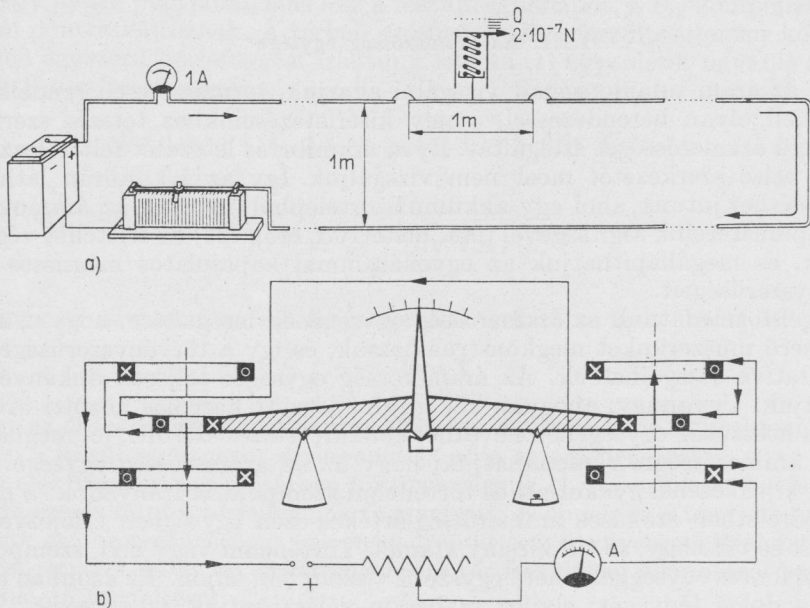
Ha az áram tulajdonságait vizsgálni akarjuk, természetesen rendelkezünk kell olyan berendezéssel, amely kísérletezéseinkhez tetszés szerinti nagyságú áramerősséget szolgáltat. Ilyen áramforrás létezését feltételezzük, annak belső szerkezetét most nem vizsgáljuk. Így az 1.1. ábrán látható felszereléshez jutunk, ahol egy akkumulátortelepből nyerjük az áramot, és így alpműszereink segítségével (óra, méterrúd, erőmérő) kísérleteket végezhetünk, és megállapíthatjuk az egyenárammal kapcsolatos mágneses tér törvényszerűségeit.

Legelső feladatunk az áramerősség egységének lerögzítése, hogy ezáltal árammérő műszerünket megkonstruálhassuk, és így a törvényszerűségeket kvantitatíve vizsgálhassuk. Az áramerősség egységét teljesen önkényesen választjuk. Ugyanúgy, ahogyan két meghatározott karcolás közötti távolságot a hosszúság egységének nevezhetünk ki, tetszés szerinti, jól meghatározott áramerősségre rámondhatjuk, hogy az az áramerősség egysége. Az egység kijelölésénél gyakorlati és történelmi szempontok irányadók: a mindennapi életben szokásos áramerősség-értékek ezen egységben kifejezve ne adjanak se túl nagy, se túl kicsiny számot. Történelmi vagy elvi szempontból más fontos egységgel lehető egyszerű viszonyban álljon. Ez azonban nem érinti a dolog lényegét: elvileg szabadon választhatjuk az egységet. Más kérdés, hogyan rögzítsük le ezen egység nagyságát: nem helyezhetjük szekrénybe úgy, mint a normál tömeget, hogy ott állandóan rendelkezésünkre álljon.



1.1 ábra. Kísérleti felszerelésünk és műszereink az áram mágneses terének vizsgálatához

Az áramerősség egységének rögzítésére elvileg az áram bármilyen hatása felhasználható, így egészen a legújabb időkig a kémiai hatás alapján definiálták. Ma az áram elektrodinamikusságát használva az áramerősség egységét a tapasztalat szerint két áram által átjárt áramkör vagy vezetékdarabka egymásra erőhatást fejt ki, amely erőhatás az áramok nagyságától és a geometriai viszonyoktól függ. A geometriai viszonyokat az 1.2. ábrán látható módon leegyszerűsítjük, vagyis két igen hosszú (gyakorlatilag vég-



1.2. ábra. a) Kapcsolási séma az áramerősség egységének megállapításához;
b) kapcsolási séma a gyakorlatban

telen hosszúnak tekinthető) párhuzamos vezetéken vezetjük az áramot. Az egyik vezeték meghatározott, mondjuk egységnyi hosszúságú darabját elmozdíthatóan képezzük ki azért, hogy a rá ható erőt megmérhessük. Ezt gyakorlatilag úgy valósíthatjuk meg, hogy ezen vezetékdarabot az áramkör többi részéhez vagy két higanycsészén keresztül, vagy pedig egy minden erő kifejtésére képtelen laza szállal kötjük össze. Ha ugyanazt az áramot vezetjük vissza a másik vezetéken, a kiválasztott vezetékdarabra kifejett erőhatás csak ezen áramtól függ, iránya pedig a két vezető síkjában merőleges a vezetékdarabra. Most már definiálhatjuk az áramerősség egységét:

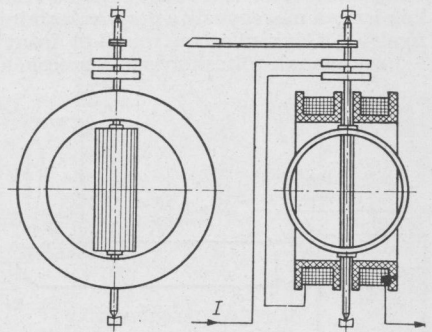
Az áramerősség egysége az amper (A): 1A áramerősség akkor folyik egy vezetékben, ha az a vezeték egy vele párhuzamosan futó, végtelenségnek tekinthető, tőle 1 méter távolságban elhelyezett másik vezeték 1 méter hosszú darabjára — ha abban ugyanaz az áram folyik — $2 \cdot 10^{-7}$ N erővel hat.

1.1.2. Az árammérő műszer hitelesítése

Ahhoz, hogy egy tetszés szerinti hatáson alapuló árammérő műszert hitelesíthessünk, elő kell tudnunk állítani ezen egység tetszés szerinti többszörösét. Minthogy árammérő műszerünk nincs, felmerül az a kérdés, miből állapítjuk meg azt, hogy a vezetékben mikor folyik az előző áram kétszerese, vagy többszöröse. Magából az erőhatásból nyilvánvalóan nem, mert éppen a további kísérletek célja megállapítani azt, hogyan függ ez az erőhatás az áramerősség nagyságától. Ugyancsak nem állapíthatjuk meg az áram semmiféle más hatásából sem, mert azok törvényszerűségeit sem ismerjük, azokat is még ki kell mérni. Azt azonban feltétlenül meg tudjuk állapítani, hogy mikor folyik egy áramkörben ugyanakkora áramerősség, mint a másik körben: akkor tudniillik, ha az egyik áramkör környezetében pontosan ugyanazon hatásokat észleljük, mint a másik áramkör környezetében. Ilyen módon tehát elvileg tetszés szerinti számú, azonos geometriai alakú áramkört hozhatunk létre, amelyekben ugyanaz az áram folyik. Így tehát két azonos áramerősséget vivő vezetéket egybe fogva olyan vezetékünk van, amelyben az egyikben folyó áram kétszerese folyik. Ez természetesen tetszés szerinti számú vezetékkel elvégezhető. Ha viszont szimmetrikus elrendezésben azonos kivitelű áramelágazásokat létesítünk, az eredeti áramerősség meghatározott tört részeihez jutunk. Itt szeretnénk azonban hangsúlyozni, hogy egy zárt fizikai elmélet helyességét nem az egyes kiragadott tételek maradéktalan kísérleti és fogalmi helyessége igazolja, hanem — minthogy minden egyes törvény az egész elmélet keretébe szorosan be van illesztve, onnan önmagában kiszakítani sem lehet — csak az egész rendszer helyessége az, ami teljes mértékben hozzáférhető a kísérleti igazolás számára.

Ha most már elvileg tudjuk mérni az áramerősséget, tudunk hitelesíteni egy kényelmesen kezelhető árammérő műszert. Ennek a műszernek csak olyan tulajdonsággal kell bírnia, hogy a rajta keresztülhaladó áramtól egyértelműen függő módon térjen ki. A műszer alapjául tehát elvileg az áramnak bármely hatása szerepelhet. Pillanatnyilag a legcélszerűbbnek látszik, ha éppen az áram mágneses hatása alapján szerkesztjük meg műszerünket. Készítsünk ugyanis az 1.3. ábra szerint vezetékünkéből egy álló tekercset, majd egy tengely körül forgó mozgó tekercset, vezessük keresztül sorban az álló, majd a mozgó tekercsen át a mérendő áramot. Mérjük meg az előző módon az 1.2. ábra szerint az áram értékét, és ezt az értéket írjuk a mutató ama állásához, amit ilyenkor éppen mutat. Ilyen módon tetszés szerinti áramkörbe könnyen beköthető, hitelesített árammérő műszerünk lesz. Ezek után tehát a méterrúd, az erőmérő és az óra mellé beiktatjuk az árammérő műszert is alaplámpának.

Itt is, mint ahogy az egész könyvön keresztül, azt az irányelvet követ-

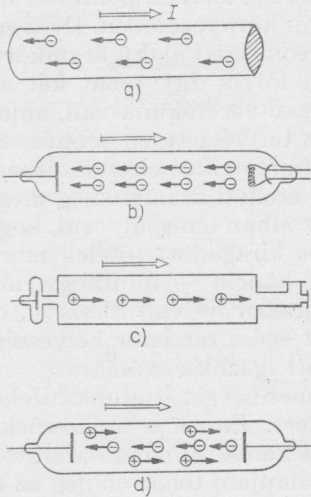


1.3. ábra. Az elektrodinamikus árammérő műszer felépítése

jük, hogy bármely mennyiség elvi mérése, vagy bármely mérés elvi kivitele a lehető legközelebb legyen a mérés valóságos kiviteléhez. Ma az árammérő műszerek végső hitelesítése valóban ezen elv alapján történik, ezért is választottuk ezt a mérést kiinduló pontnak. De hangsúlyozzuk, hogy az elvi kísérletek igen erősen sematizálják a valóságos kísérleteket éppen azért, hogy a lényegét kiemeljék. A gyakorlati kivitelnél igen sokszor a lényeg szempontjából teljesen mellékes körülmények zavarják, vagy esetleg lehetetlenné teszik a mérést.

1.1.3. Az áram iránya

Eddig még nem beszéltünk az áram pozitív irányáról. Az erőhatás alapján megállapíthatjuk azt, hogy két vezetékben azonos vagy ellenkező irányú áram folyik. Később részletesen is foglalkozunk az erőhatással, de annyit már most megjegyezhetünk, hogy az egyező irányban folyó áramok vonzzák, az ellenkező irányúak pedig taszítják egymást.



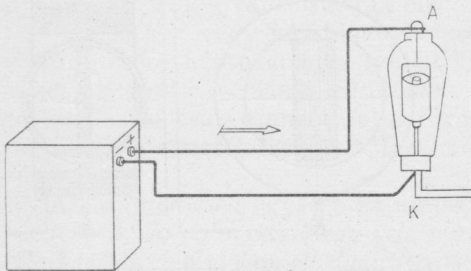
1.4. ábra. a) Fémbe a töltéshordozó részecskék, az elektronok a pozitív áramiránnyal szemben áramlanak; b) Hasonló a helyzet az izzó katódos vákuumcsőben; c) Iongyorsító vákuumcsőekben a töltéshordozó részecskék iránya megegyezik a pozitív áramiránnyal; d) Gázkisülésben mindkét irányban áramlanak töltéshordozó részecskék

A pozitív irány megállapítása teljesen megegyezés dolga. Megoldhatjuk a kérdést azzal, hogy azt mondjuk: pozitív áramlási iránynak a pozitív töltésű részek áramlási irányát nevezzük. A pozitív töltésnek a dörzselektromos jelenségekhez kapcsolódó régi definíciója alapján az atommagok pozitív töltésűek, a fémekben az áramot közvetítő elektronok negatív töltésűeknek adódtak. Ezek szerint az áram pozitív irányán az elektronok áramlásával ellentétes irányt értjük (1.4. ábra).

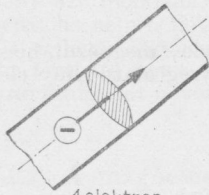
Az áramirány megállapítása céljából gyakorlatilag úgy nyúlhatunk ehhez a definícióhoz, ha vezetékünket pl. az 1.5. ábra szerint egy diódával zárjuk rövidre.

Ha a körben egyáltalán áram folyik, az csak az izzószál felé folyhat, mert az elektronok csak az izzószáltól a másik elektróda irányában mozoghatnak.

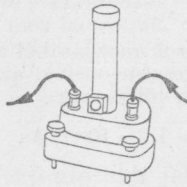
Az 1.6. ábrán láthatjuk, hogy milyen körülmények között minkora áramerősséggel találkozunk.



1.5. ábra. A pozitív polaritás megállapítása



$\frac{1 \text{ elektron}}{\text{sec}} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ A}$



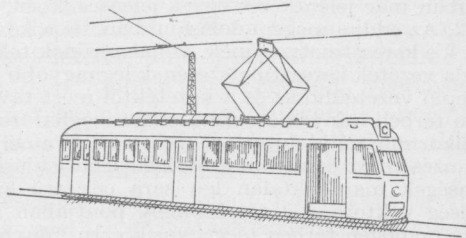
galvanométeren
még mérhető: 10^{-12} A



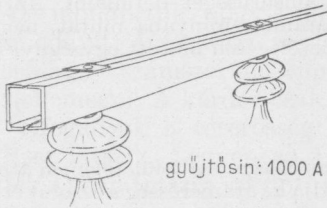
halálos
 $2 \times 10^{-2} \text{ A}$



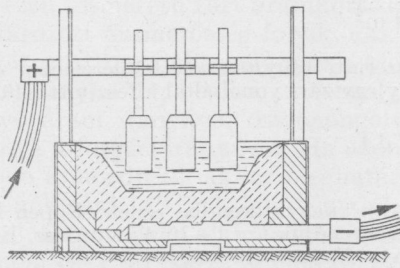
izzólámpa:
0,5 A



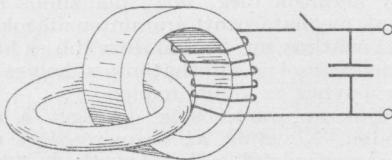
villamos: 100 A



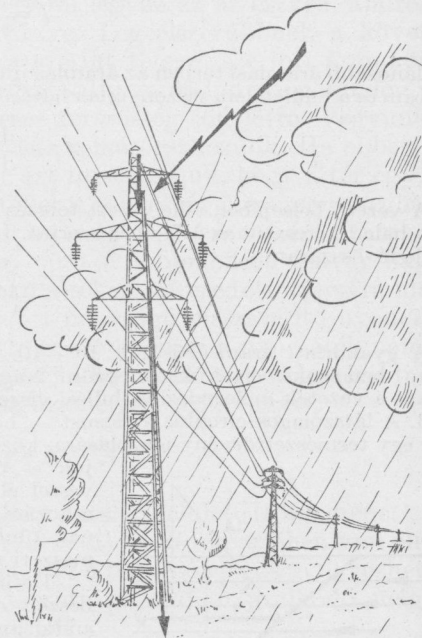
gyűjtőszin: 1000 A



aluminium elektrolízis: 10 000 A



plazmakisűtés: 10^6 A



villámcsapás: 100 000 A

1.6. ábra. A gyakorlatban előforduló áramerősség-értékek

Példák és kiegészítések

1. Minthogy az áram töltéshordozók mozgásából áll, érdekes megnézni, hogy 1 A áram a vezeték egy kiválasztott keresztmetszetén az időegység alatt hány elektron áthaladásának felel meg. Az elektron töltésének

$$q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

értékéből

$$1 \text{ A} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot q_e \text{ s}^{-1} = 6,25 \cdot 10^{18} q_e \text{ s}^{-1}.$$

A fizikában 10^{-6} A nagyságrendű áramokkal is gyakran találkozunk. Még ebben az esetben is $6,25 \cdot 10^{12}/\text{s}$ részecskeszámmal van dolgunk. Az áramot tehát joggal tekinthetjük folytonosan elszórt folyadéknak. Az áram atomos szerkezete ilyenkor azonban már jelentkezik egyes jelenségekben, mint amilyen a rádiócsövek sörétzaja.

2. Az eddigi megfontolásainkban, de a következőkben is, a vezetéket legtöbbször igen kis keresztmetszetűnek, vonalszerűnek tekintjük. Ezt pontosabban így fogalmazzuk: a vezeték keresztmetszetének legnagyobb lineáris dimenziója kicsiny a feladatban szereplő vezeték hossz és a vezetéktől mért távolsághoz képest. Vonalas vezetőkben az áram térbeli irányát a vezető maga meghatározza, csak a nyílazás értelme változhat. Találkozunk majd kiterjedt vezetőkkel, amelyek belsejében az áramlási viszonyok jellemzésére az összáram erősségének megadása nem elégséges. A vezető belsejében a jelenségek maradéktalan leírására célszerű az áramsűrűséget definiálni. Az áramsűrűség vektora \mathbf{J} a tér bármely pontjában az áramlás irányába mutat, nagysága pedig homogén térben megegyezik ezen irányra merőlegesen állított egységnyi felületen áthaladó áramerősséggel:

$$\mathbf{J} = \frac{I}{A}.$$

Általánosabb áramlási térben az áramlás irányára merőleges dA felületeleмен áthaladó dI áram és a felületelem viszonyának határértéke adja az áramerősség abszolút értékét:

$$|\mathbf{J}| = \frac{dI}{dA} \frac{A}{m^2}.$$

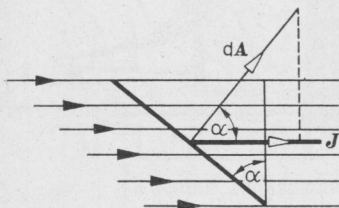
A vezető belsejében elhelyezett tetszős szerinti irányítású dA felületeleмен \mathbf{J} dA áram halad keresztül az 1.7. ábra szerint. Így egy zárt vonal által kifeszített felületen áthaladó összáram:

$$I = \int_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}.$$

A gyakorlati áramsűrűségek 10^6 – 10^7 A/m² nagyságrendbe esnek. Éppen ezért A/mm²-ben szokás értéket megadni. Nagyságrendjük így 1–10 A/mm² lesz. Ezt az értéket a vezeték melegedési és hűlési viszonyai határozzák meg.

3. A látszólagos circulus vitiosus — hogy tudniillik egy mérőműszert konstruáljunk egy természettörvény igazolására, közben azonban a törvényt már fel is használjuk — úgy kerültük meg, hogy plauzibilis feltevessel éltünk meghatározott áramintenzitások létrehozására vonatkozóan. Sokkal durvább és hibásnak tűnő feltevessel is eljuthatunk a helyes természeti törvényhez az alábbi módon.

Definiáljuk az áramerősség egységét a megbeszélt módon. Növeljük az áramerősséget most addig, amíg az erőmérő $2 \times$, $3 \times$, $4 \times$ stb. $2 \cdot 10^{-7}$ N értéket mutat. Az ezen értékekhez tartozó ampermérőálláshoz írjuk rendre a 2, 3, 4, ... A értéket. Így egy kalibrált árammérő műszerünk van, tehát méréseket végezhetünk vele. Nagyon furcsa törvényeket találnánk. 1 A áram szimmetrikus el-



1.7. ábra. Egy felületeleмен keresztülhaladó áram kiszámítása

ágazásánál az egyes ágakban nem $1/2$, $1/2$, hanem $1/4$, $1/4$ A folynek. Az elágazási törvény azt mondaná, hogy a részáramok gyökeinek összege marad állandó. Ez a törvény, ha nem is nevezhető még hamisnak, de kényelmetlen. A négyzetgyök mindenütt fellépne, úgyhogy rögtön belátnánk, hogy az áram mint mozgó töltés fogalma akkor tartható fenn, ha a kalibrálásnál az $1 \times, 4 \times, 9 \times, \dots 2 \cdot 10^{-7}$ N értékekhez tartozó áramokat nevezzük 1, 2, 3, ... A-nak.

1.2. A mágneses tér legfontosabb jellemzője: a mágneses indukció

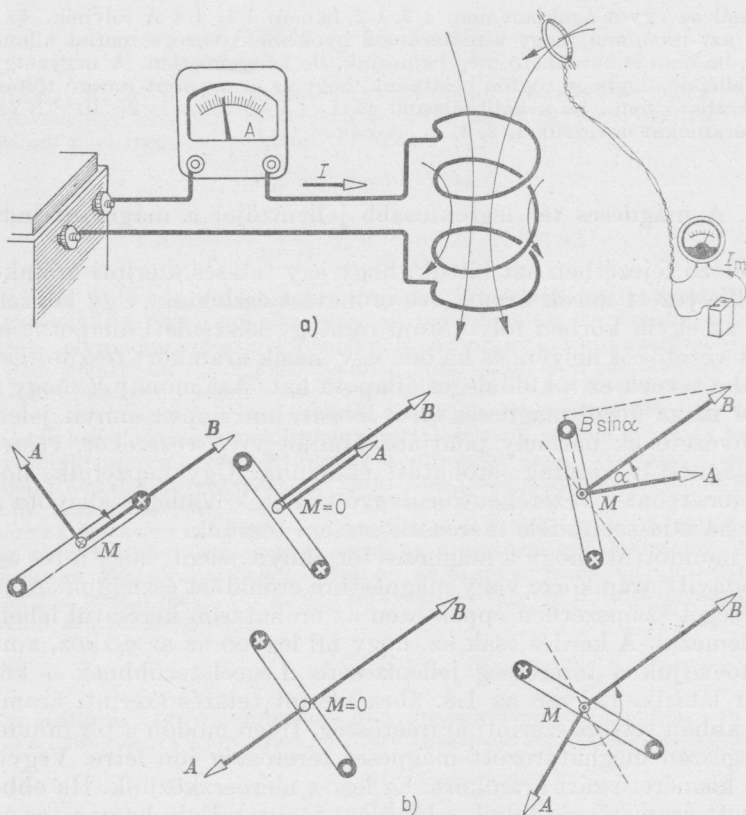
Az előző fejezetben azt láttuk, hogy egy tetszés szerinti áramkör közelében elhelyezett másik áramkörre erőhatást észlelünk. Úgy képzeljük el a dolgot, az egyik körben folyó áram mintegy készenléti állapotot hoz létre a másik vezetőkör helyén, és ha oda egy másik áramkört teszünk, arra közvetlenül a térnek ez a különleges állapota hat. Azt mondjuk, hogy az áram ilyenkor maga körül mágneses teret létesít, ami éppen annyit jelent, hogy ha környezetének bármely pontjába áramot vivő vezetékét, vasreszeléket vagy mágnesűt viszünk, erőhatást észlelünk. Úgy képzeljük, hogy ez a mágnes tér, tehát a vezetékét körülvevő térnek különleges állapota akkor is létezik, ha oda semmiféle mérőeszközt sem teszünk.

Azt mondtuk, hogy a mágneses tér annyit jelent, hogy a tér egy pontjában odavitt áramkörre vagy mágnesűre erőhatást észlelünk. A mágneses tér erősségét számszerűen éppen ezen az erőhatáson keresztül lehet legjobban jellemezni. A kérdés csak az, hogy mi legyen az az eszköz, amire ható erőt elfogadjuk a térerősség jellemzésére. Legcélszerűbbnek a következő módszer látszik. Legyen az 1.8. ábra szerint tetszés szerinti áramkörünk, folyjék abban tetszés szerinti áramerősség. Ilyen módon a tér minden pontjában egészen meghatározott mágneses térerősség jön létre. Vegyünk egy egészen kisméretű zárt áramkört. Ez lesz a mérőeszközünk. Ha ebben meghatározott áramerősség folyik, akkor azt tapasztaljuk, hogy a tér egy meghatározott pontjába helyezve a kis tekercs tengelyével egészen meghatározott irányba fog beállni. A tengely iránya úgy legyen az az áramkörben folyó áram irányával összehangolva, mint a jobbmenetű csavar haladási iránya a forgási irányával. Ha azonban a tekercset eredeti irányára merőlegesen kimozdítjuk akkor meghatározott nagyságú visszatérítő nyomatékot kapunk. Azt találjuk, hogy egy adott tér esetében ez a nyomaték nem függ attól, hogy milyen alakú a tekercs, ha elég kicsiny bármelyik lineáris mérete, hanem csak a tekercs felületétől és az áramerősségtől, vagyis:

$$M = B \cdot I_m \cdot A,$$

ahol I_m a mérőtekercs árama, A a tekercs hatásos felülete (több menet esetén a menetszám és a geometriai felület szorzata). A B tényezőben van elrejtve a mágnes teret létesítő áramkör hatása. Ezt a tényezőt jogosan nevezhetnénk az áramkör környezetének meghatározott pontjában uralkodó mágneses térerősségnek, mert a fenti összefüggésből

$$B = \frac{M}{I_m A},$$



1.8. ábra. a) A B indukció elvi mérésének sémája; b) A nyomaték iránya különböző esetekben

ami tehát annyit jelent, hogy meghatározott mérőtekerceszt véve, ez a B mennyiség akkor nagy, ha a nyomaték nagy, és akkor kicsiny, ha a nyomaték is kicsiny. Az áramkör helyzetének más pontjában a mérőtekeres nyugalmi helyzete más lesz, és más lesz a nyomaték is. Történelmi okokból a B -t nem térerősségnek, hanem *indukciónak* nevezzük. Ilyen módon:

a tér tetszés szerinti pontjában a mágneses tér jellemzésére definíciószerűen a mágneses indukció vektorát használjuk, amely vektor iránya egybeesik a köráram tengelye által mutatott iránnyal, nagysága pedig:

$$B = \frac{M}{I_m A},$$

ahol az M nyomatékot a köráram tengelyének nyugalmi helyzetére merőleges irányban kitérítve kell mérni Nm-ben, I_m a mérő köráram árama, A pedig a köráram által körülfogott hatásos terület. Ez az összefüggés megadja mindjárt a B vektor dimenzióját is:

$$[B] = \frac{Nm}{Am^2} = \frac{N}{Am} = \frac{VAs}{m} \frac{1}{Am} = \frac{Vs}{m^2},$$

a hol felhasználtuk a bevezetőben említett, de részletesen csak később tárgyalandó

$$N = \frac{VAs}{m}$$

összefüggést. A dimenzió már utal arra, hogy az indukciót a gyakorlatban voltmérő felhasználásával is mérhetjük.

Példák és kiegészítések

1. A mágneses indukciót a tér minden pontjában ki tudjuk mérni a négy alaplászter segítségével. A definíciós egyenlet segítségével az indukcióvektor ismeretében kiszámíthatjuk egy kis köráramra ható nyomatékot is. Ennek értéke ugyanis:

$$M = B \cdot I_m \cdot A.$$

Ez azonban a fentiek szerint csak akkor igaz, ha a köráram tengelye merőleges az indukcióvonalakra. A kísérletek tanúsága szerint, ha a tengely párhuzamos az indukcióvonalakkal, a nyomaték értéke nulla lesz. Általános irányítás esetében az 1.8.b ábra szerint csak az indukció erősségének a köráram tengelyére merőleges vetülete számít. Ennek megfelelően tehát a nyomaték:

$$M = I_m \cdot A \times B.$$

Ilyenkor is az az egyszerű összefüggés érvényes, hogy a tetszés szerinti köráramra ható nyomatékot megkapjuk, ha a felületvektor és az indukcióvektor vektorszorzatát megszorozzuk az áramerősséggel. Mindezek az összefüggések csak akkor igazak, ha az A felület mentén a tér homogénnek tekinthető.

Ez a nyomaték teljesen független attól, hogy a mágneses tér hogy jön létre: állandó (permanens) mágnes mágnesterében ugyanez a helyzet. Ha tehát egy meghatározott alakú, mondjuk patkómágnesbe elhelyezünk egy tekercset, az arra ható nyomaték egyenesen arányos lesz a rajta keresztülhaladó árammal. Ezt az elrendezést szintén felhasználhatjuk az áramerősség mérésére (1.9., 1.10. ábra).

2. Az 1.11. ábrán láthatjuk, hogy a gyakorlatban milyen indukció-erősségeket és milyen elrendezésben találhatunk. Így a Föld mágnesterének erőssége

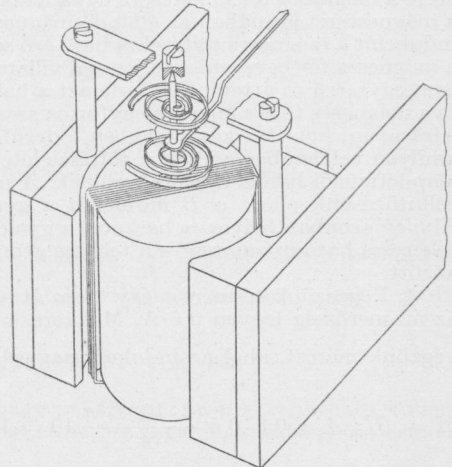
$$B_f \approx 6 \cdot 10^{-5} \frac{Vs}{m^2},$$

egy erőáramú távvezeték közvetlen környezetében az indukció erőssége:

$$B_t \approx 10^{-4} \frac{Vs}{m^2},$$

motorok légréseiben:

$$B_m \approx 1 \frac{Vs}{m^2},$$



1.9. ábra. A Depréz-műszer

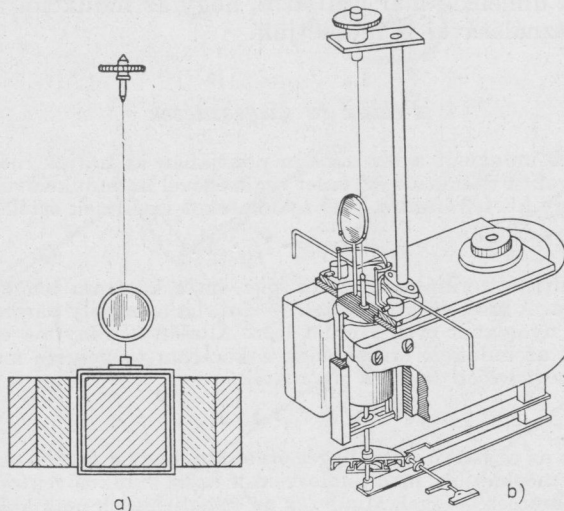
igen nagy teljesítményű transzformátorok vastestében:

$$B_v \approx 1,6 \frac{V_s}{m^2},$$

különleges kutatókészülékekben:

$$B_k \approx 50 \frac{V_s}{m^2}.$$

Ez utóbbi érték már csak rövid ideig és igen nagy nehézség árán érhető el.



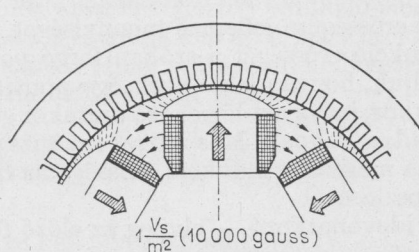
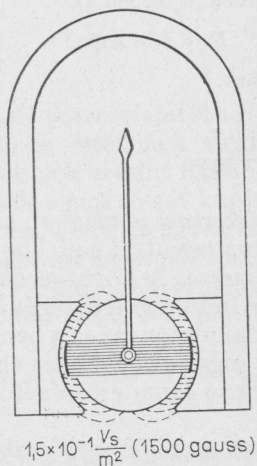
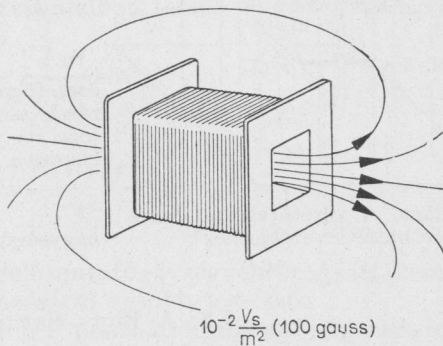
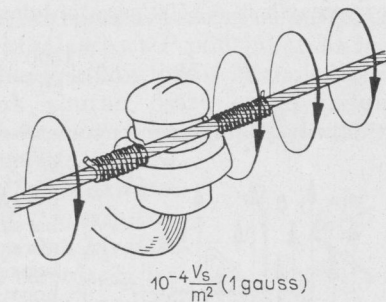
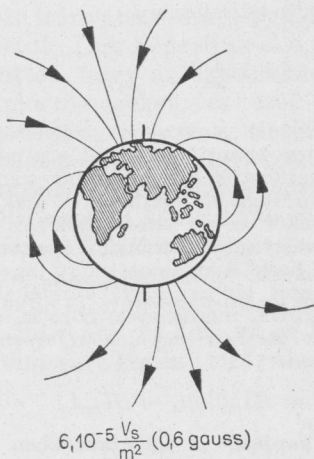
1.10. ábra. a) Galvanométer sematikus rajza; b) A galvanométer technikai kivitele

3. A mágneses tér mozgó töltések, más szóval áram hatására jön létre. Éppen ezért a mágneses tér kimérésére ugyancsak áramot használunk. A régebbi irodalomban a mágneseret általában az állandó mágnesek terével szokták bevezetni, és a mágneses indukciót a mágneses töltésekre ható erő segítségével definiálni. Ez annyit jelent, hogy a mágneses tér bevezetése teljesen a villamos tér bevezetésének mintájára történik. Ez igen egyszerű és áttekinthető, de azt a hamis látszatot kelti, mintha a villamos töltés és a mágneses töltés fogalma egyforma szerepet játszana az elektromágneses jelenségek leírásában, holott a későbbiekben kiderül, hogy mágneses töltések olyan értelemben, amilyen értelemben villamos töltések léteznek, nincsenek. Más szóval a mágneses tér alapdefiníciói hamis fikcióra épülnek. A mágneses tér kimérésénél mi is vétünk saját célkitűzésünk ellen: a B indukciót a gyakorlatban nem az itt leírt módon mérjük. Elvileg azonban helyes és hasznos, a gyakorlatban felhasználható összefüggést ad egy tekercsre ható nyomaték és a tekercs geometriai méretei, illetőleg a benne folyó áram között.

4. Végezzünk térmérést egy 2 cm átmérőjű, kör alakú, $N = 10$ menetes kerettel; az áramerősség legyen 0,5 A. Mekkora a nyomaték, ha egy villamos gép légréseben végzünk mérést, ahol az indukció nagysága $0,8 \frac{V_s}{m^2}$?

$$M = BI_m A = 0,8 \cdot 0,5 \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2 \pi}{4} 10 = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} = 12,8 \text{ pcm.}$$

Ez a nyomaték a mérés technikában már tekintélyes, mert egy árammérőműszer tekercsére sem hat ennél nagyobb nyomaték.



1.11. ábra. A gyakorlatban található indukció értékek. Különleges esetekben légmagos tekercsek belsejében 50 Vs/m^2 indukciót is elérhetünk

5. Egy műszerben a mágneses indukció értéke $0,2 \frac{Vs}{m^2}$. A forgótekercs mérete 3×2 cm. Mekkora a legnagyobb nyomaték, ha a tekercsben 10 mA áram folyik és 100 menetből áll?

$$M = 0,2 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2} \cdot 10^2 = 12 \cdot 10^{-5} \text{ Nm} = 1,22 \text{ pcm} .$$

6. Helyezzünk a még nem túlságosan nagy nehézségek árán létrehozható 1 Vs/m^2 indukciójú térbe egy 30×40 cm méretű réztekercset, és engedjük abba 500 A áramot. Mekkora lesz a nyomaték?

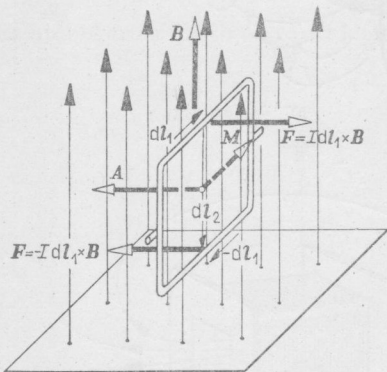
$$M = 1 \times 500 \times 0,3 \times 0,4 = 60 \text{ VAs} = 6,1 \text{ kpcm} .$$

Ha ez a nyomaték $n = 1500$ /perc fordulattal forog, a teljesítmény:

$$P = M\omega = 60 \cdot \frac{1500}{60} \cdot 2\pi \cdot \frac{\text{VAs}}{\text{s}} = 9,42 \text{ kW}.$$

Mint látjuk, ilyen nagyságú nyomatékok lépnek fel a közepes teljesítményű villamos motorokban (pl. eséplőgép-motor).

7. Mint említettük, a tapasztalat szerint a nyomaték nem függ a mérőtekeres alakjától, ha az sík áramkör és kis kiterjedésű. Az 1.12. ábra szerint négyszög alakúnak választva azt képzelhetjük, hogy a nyomaték úgy jön létre, hogy a mágneses tér az $I_m dl_1$ vezetékerelekre hat $BI_m dl_1$ erővel, merőlegesen \mathbf{B} -re is, dl_1 -re is. Ebben az esetben ugyanis a nyomaték számára az ismert



1.12. ábra. A vezető elemre ható erőhatás levezetéséhez

$$M = BI_m dl_1 dl_2 = BI_m A$$

összefüggést kapjuk. A következőkben még részletesen foglalkozunk az erőhatásokkal, de már itt jegyezzük meg, hogy az $I dl$ áramelemre a \mathbf{B} indukciójú térben az

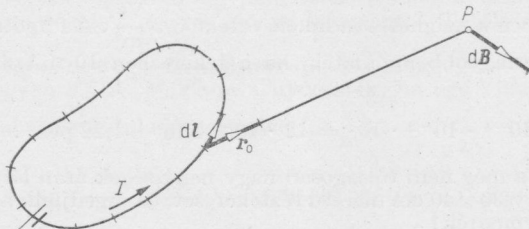
$$\mathbf{F} = I dl \times \mathbf{B}$$

nagyságú erő hat.

1.3. A Biot–Savart törvény

Az előző fejezetben definiáltuk a tér tetszés szerinti pontjában a mágneses tér erősségére jellemző mennyiséget, megadva egyúttal azt, hogyan kell az indukció erősségét a szóban forgó pontban mérni. A következőkben azt vizsgáljuk, hogyan lehet a tér egy pontjában az indukció erősségét *kiszámítani* akkor, ha az azt létrehozó áramkör geometriai viszonyai és a benne folyó áram adva vannak. Más szóval azt vizsgáljuk, hogyan függ a tér egy pontjában a mágneses indukció erőssége az őt létrehozó áram erősségétől és térbeli eloszlásától.

Az idevonatkozó — elvileg az előző fejezetben szereplő mérőeszközökkel nyerhető — kísérleti eredményeket a Biot–Savart-törvény foglalja össze. A Biot–Savart-törvény fizikai tartalma a következő. Gondolatban képzeljük zárt vezetékünket az 1.13. ábra szerint dl darabokra felbontva. Ezeket



1.13. ábra. A Biot-Savart törvény

az áram irányába mutató nyíllal ellátva, az egész áramkört elemi vektorokra bontottuk. Úgy képzeljük el a tér egy kiválasztott P pontjában az indukció létrejöttét, hogy az egyes elemi darabkák külön-külön hoznak létre elemi indukcióerősségeket, és ezek adódnak azután össze eredő indukcióvá. A Biot—Savart-törvény szerint *egy kiválasztott dl hosszúságú elemtől r távolságban levő pontban létrehozott mágneses indukció arányos az áramerősséggel, arányos az áramelem és az áramelemtől a ponthoz húzott sugár által bezárt szög szinuszával, viszont fordítva arányos az áramelem és a kiválasztott pont közötti távolság négyzetével.* A térerősség iránya pedig merőleges mind az áramelem, mind pedig a sugár irányára, és Idl , r° és B ebben a sorrendben jobbrandszert képez (1.14. ábra). Formulában tehát:



1.14. ábra. Az elemi indukció-vektor irányának megállapítása

$$dB = k \frac{I dl}{r^2} \sin \varphi$$

vagy vektor alakban:

$$dB = k \frac{Idl \times r^\circ}{r^2},$$

ahol r° a dl vezetőelemtől a P pont felé mutató egységvektor. Az itt szereplő k állandóról és értékének meghatározásáról később lesz szó.

Az előbbiek szerint ilyen módon a P pontban uralkodó mágneses indukciónak csak elemi részét kapjuk meg. Az egész indukció-erősséget úgy határozzuk meg, hogy az egyes áramelemek által létrehozott indukció-elemeket összegezzük. Az összegezésnél azonban vigyáznunk kell arra, hogy mindegyik kis indukció-elem vektormennyiség, azokat tehát vektorosan kell összegezni. Ilyen módon tehát a P pontban az indukció-vektor erőssége:

$$B = k \oint \frac{Idl \times r^\circ}{r^2},$$

ahol az integrálást az egész zárt körre kell elvégeznünk.

A k állandót $\mu_0/4\pi$ alakban szokás írni. Természetesen nem lényeges az, hogy a 4π -t beleértjük-e az állandóba, vagy külön kiírjuk $A \mu_0/4\pi$ választásnak az a nagy előnye, hogy majd későbbi fontos összefüggéseinkben, ahol egyébként fellépne a numerikus számítást zavaró 4π tényező, így nem fog fellépni. Ezzel a Biot—Savart-törvény differenciális alakja:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times r^\circ}{r^2}.$$

μ_0 -nak sem a dimenziója felett, sem a számértéke felett nem rendelkezhetünk: I , B , r egységének megválasztásával μ_0 értékét már eldöntöttük. Elvileg tetszés szerinti I , dl , r értékhez dB -t megmérve μ_0 értéke a fenti összefüggésből számítható. μ_0 számértékét olyan módon szeretnénk meg-

mérni, hogy szemmel látható legyen az, hogyan függ μ_0 számértéke az áramerősség egységének megválasztásától. Ennek, a következő fejezetben tárgyalandó mérésnek a végeredménye:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}.$$

Ezt a μ_0 tényezőt a vákuum mágneses permeabilitásának nevezzük.

Eddig az összes méréseinket levegőben végeztük. Ilyen módon nem a vákuum, hanem a levegő permeabilitását kapjuk meg. A tapasztalat szerint a technikai gyakorlat szempontjából a levegő és a vákuum permeabilitása azonosnak vehető.

A tér egy tetszés szerinti pontján tetszés szerinti zárt áramkör által létrehozott mágneses indukciót megadó Biot—Savart-törvény a következő alakú:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^\circ}{r^2}.$$

A Biot—Savart-törvényt egy matematikai fogással egyszerűbb alakban írhatjuk. Vigyük át ugyanis a μ_0 konstanszt az egyenlet másik oldalára, azaz írjuk a következő alakban:

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^\circ}{r^2}.$$

Már most a Biot—Savart-törvény bal oldalán szereplő \mathbf{B}/μ_0 mennyiséget definiációszerűen a mágneses tér másik jellemzőjének tekintjük, és ugyancsak történelmi okból mágneses térerősségnek nevezzük. Jelöléséül a szokásnak megfelelően a \mathbf{H} -t választjuk. Vagyis:

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^\circ}{r^2}.$$

A mágneses térerősség dimenziója a definiáló egyenletből:

$$[H] = \frac{[I][dl]}{[r^2]} = \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Felmerül természetesen az a kérdés, hogy mi szükség van erre a másik térjellemzőre. Egy bizonyos: ha a \mathbf{B} indukció-vektor jellemzi a mágneses teret, akkor minden vele arányos mennyiség szintén ugyanúgy jellemzi, mert ha valahol a mágneses indukció erőssége nagy, ott a mágneses térerősség is nagy és megfordítva. Addig, amíg a jelenségeket vákuumban (a levegő gyakorlatilag annak tekinthető) vizsgáljuk, a \mathbf{H} mennyiség bevezetése valóban csak igen csekély formális előnnyel jár. Később majd látni fogjuk, hogy általános mágneses tér esetében mind a \mathbf{B} indukció-vektornak, mind a \mathbf{H} térerősségvektornak külön-külön komoly szerepe lesz.

A mágneses térerősség bevezetésével a Biot-Savart törvény differenciális, illetve integrális alakja a következőképpen egyszerűsödik:

$$d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^{\circ}}{r^2},$$

illetőleg:

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^{\circ}}{r^2}.$$

Az eddigiekben azt láttuk, hogy a mágneses térben az erőhatás közvetlenül a \mathbf{B} indukció-vektorral van kapcsolatban. A mágneses térerősség bevezetése inkább formális természetű ezen a szinten: az egyenletek egyszerű felírási módját teszi lehetővé.

1.4. A mágneses tér kiszámítása néhány speciális esetben a Biot—Savart-törvény segítségével

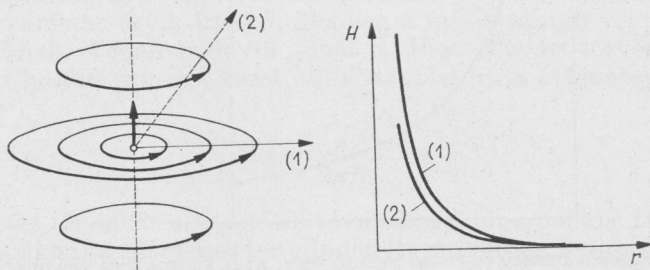
1.4.1. Az áramelem tere

A Biot—Savart-törvényben az egész áramkört $I d\mathbf{l}$ áramelemekre bontottuk, ezek mágneses terének szuperpozíciója adja végül az eredő teret. Az áramelem — amíg stacionáris térben dolgozunk — önmagában fizikailag nem valósítható meg: a térnek

$$d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^{\circ}}{r^2}$$

elemekre való bontása tehát csak gondolatban lehetséges. A későbbiekre való tekintettel (itt elsősorban a sugárzó dipólus vagy a mozgó töltés terére gondolunk) azonban az 1.15. ábrával kapcsolatban vizsgáljuk meg ezt a teret.

Az erővonalak körök, amelyek középpontjai a $d\mathbf{l}$ által meghatározott tengelyen fekszenek: a mágneses tér ugyanis minden pontban merőleges a $d\mathbf{l}$ által kijelölt tengely és az ezen tengelyre merőleges, az adott ponton átmenő sík dőléspontjához húzott egyenesre. Más szóval a mágneses tér



1.15. ábra. Az áramelem mágneses tere

irányát minden pontban az ezen a ponton keresztül menő kör érintője adja. Az erővonal-kép tehát tengelyszimmetrikus.

Az erővonalak sűrűsége egy-egy sugár mentén $1/r^2$ törvény szerint csökken. A

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{dl \sin \varphi}{r^2}$$

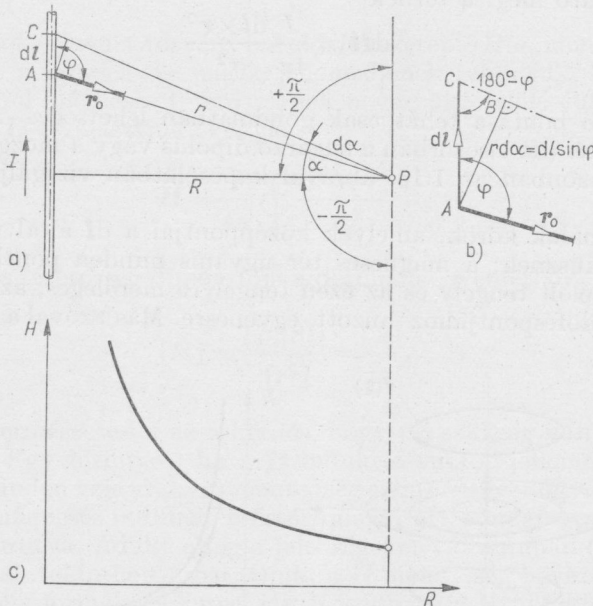
összefüggésnek megfelelően egy adott r távolságban $d\mathbf{l}$ -re merőlegesen találjuk a legnagyobb intenzitású teret, míg $d\mathbf{l}$ irányában a tér mindenütt nulla.

1.4.2. A végtelen hosszú egyenes vezető tere

Induljunk ki az 1.16. ábrán látható végtelen hosszú egyenes vezetőből. Az áramerősség értéke legyen I . Keressük meg a mágneses tér erősségét a vezetőktől tetszés szerinti R merőleges távolságra. Ebből a célból válasszuk ki az ábrán látható módon a vezeték egy tetszés szerinti $d\mathbf{l}$ darabját. Ezen vezetékdarabon folyó áram által létrehozott mágneses tér a P pontban a Biot—Savart-törvény szerint:

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{dl \sin \varphi}{r^2}$$

A mágneses tér nagysága ezek szerint attól függ, hogy hol vesszük fel a szóban forgó vezetékdarabot. Minél messzebb vesszük fel az $I d\mathbf{l}$ vezetőelemet,



1.16. ábra. Végtelen hosszú egyenes vezető tere: a) A geometriai viszonyok szemléltetése; b) Az a) ábra egy részletének kinagyítása; c) A mágneses térerősség változása az egyenes vezetőtől mért távolság függvényében

annál inkább csökken az általa létrehozott mágneses tér erőssége. Két okból is csökken: egyrészt a távolság nő, másrészt pedig a bezárt szög szinusza is egyre jobban csökken. Ilyen módon érezhető nagyságban csak a vezeték közeli részei vesznek részt a mágneses tér kialakításában. Az eredő mágneses térerősséget megkapjuk, ha az egyes áramelemek által létrehozott mágneses térerősségelemeket összeadjuk. Az összeadás általában vektorosan végzendő, most azonban skalár műveletté redukálódik, mert mindegyik térerő-elem iránya azonos, éspedig merőleges mind a vezetőre, mind pedig a vezető bármely pontjától a P ponthoz húzott sugárra, így tehát merőleges a vezetőn és a ponton keresztül fektetett síkra. Ilyen módon tehát a mágneses térerősség értéke:

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dl \sin \varphi}{r^2}.$$

Az integrálást most a vezeték egyik végétől a másik végéig, azaz $l = -\infty$ -tól $l = +\infty$ -ig kell elvégezni. Ha ebbe az egyenletbe betesszük az 1.16. ábrából leolvasható

$$dl \sin \varphi = r d\alpha; \quad r = \frac{R}{\cos \alpha}$$

összefüggéseket, az integrál a következő alakú lesz:

$$H = \frac{I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{r d\alpha}{r^2} = \frac{I}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \alpha d\alpha}{R}.$$

Az integrálást elvégezve a következő végeredményt kapjuk:

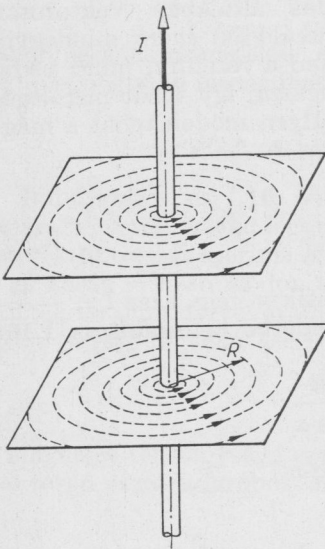
$$H = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{1}{R} \left[\sin \alpha \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{1}{R} [1 - (-1)] = \frac{I}{2\pi R}.$$

Az integrálás határai az ábrából leolvashatóan $\alpha = -\pi/2$, illetőleg $+\pi/2$; ez felel meg ugyanis az egyik irányú, illetőleg a másik irányú végtelen távoli vezetékdarabnak. Végeredményül tehát a Biot-Savart-törvény alapján egy végtelen hosszú egyenes vezetőtől R távolságra a mágneses térerősség értéke:

$$H = \frac{I}{2\pi R}. \quad (1)$$

A mágneses tér tehát a vezetőtől távolodva a hiperbolikus törvény szerint egyre csökken. A mágneses tér mindenütt merőleges a vezetőn és a ponton átfektetett síkra, így tehát a tér különböző pontjaiban a térerősség-vektorok nagysága olyan, amilyen az ábrán látható.

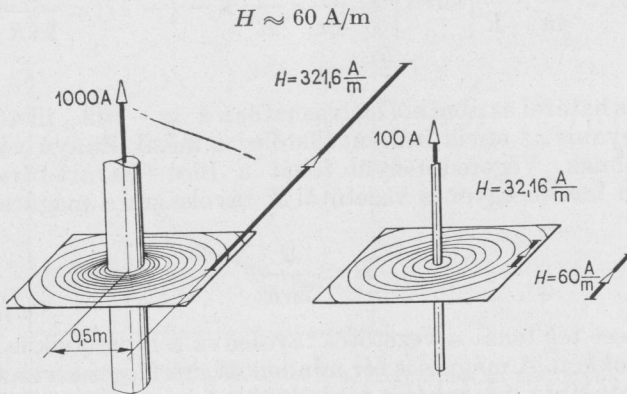
Szemléletesebbé tehetjük a tér ábrázolását, ha meghúzzuk a mágneses térerősség vonalait vagy *H-vonalakat*. Ezen vonalak érintője minden pontban megadja a mágneses térerősség irányát. Ezek a vektorvonalak esetünkben szemmel láthatóan körök: az áramelem terénél már láttuk, hogy körök adódnak. Most minden egyes áramelem terét egy, a vezetékre merőleges síkban azonos középponttal bíró körökkel lehet, mint erővonalakkal jellemezni. A vektorvonalak segítségével a térerősség nagyságáról is felvilágosítást kaphatunk. Húzzuk ugyanis ezeket a köröket olyan sűrűre, hogy a tér minden pontjában a vektorvonallra merőlegesen elhelyezett egységnyi területen pontosan annyi vektorvonal menjen keresztül, mint amennyi a térerősség a szóban forgó pontban. Ilyen módon jutunk az 1.17. ábrához, ahol azt látjuk, hogy a vektorvonalak sűrűsége a vezetőtől távolodva egyre csökken. A vektorvonalak sűrűsége az (1) összefüggés szerint a vezeték helyén, azaz az $R = 0$ pontokban végtelen lenne. Ez természetesen nincs így, minthogy végtelen vékony vezeték, amely azonban véges áramot visz, nincs. Véges vastagságú vezeték belsejében a mágneses térerősség viszont már nem a fenti összefüggés szerint változik. Az (1) formula a végtelen távoli ponttól csak a vezeték felületéig érvényes.



1.17. ábra. Az egyenes vezeték körül kialakuló mágneses erőtér

Példák és kiegészítések

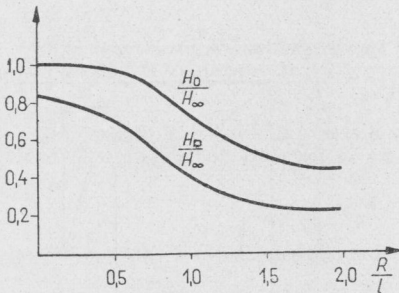
1. Az 1.18. ábrán láthatjuk, hogy mekkora mágneses térerősséggel számolhatunk különböző áramokat vivő vezetékek környezetében, összehasonlítva a Föld mágneses térerősségének



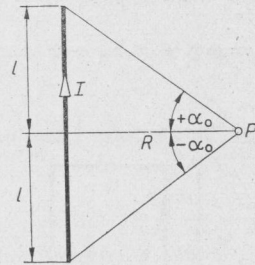
1.18. ábra. Áramot vivő vezeték környezetében található térerősség értékek

értékével. Az látjuk, hogy a gyakorlatban ritkán előforduló igen nagy áramerősséget vivő vezetékek környezetében sincs túlságosan nagy térerősség. Ennek igen nagy jelentősége van pl. abból a szempontból, hogy a vezetékek mágneses tere igen sok mérőműszer működését zavarja.

2. A végtelen hosszú vezeték fogalma természetesen matematikai absztrakció. Azért használjuk, mert – mint láttuk – ez az eset igen egyszerűen számítható. Ez önmagában még nem elegendő ok arra, hogy részletesen foglalkozzunk vele. Azonban már a levezetésnél említettük, hogy a mágneses tér kialakításához a tér tetszés szerinti pontjában a végtelen hosszú vezetéknek csak közeli darabjai járulnak lényeges mértékben. Az 1.19. ábrából leolvashatjuk, hogy milyen hibát követünk el akkor, ha a végtelen hosszú vezeték távol eső darabjainak hatását nem vesszük figyelembe. Látjuk, hogyha a kérdéses pont merőleges távolságának tízszeresét vesszük felfelé is,



1.19. ábra. Véges hosszúságú és végtelen hosszúságú vezeték mágneses terének összehasonlítása, H_0/H_∞ egyetlen egyenes vezetődarabra vonatkozik, H_\square/H_∞ pedig zárt áramkörre ($d = 5R$)



1.20. ábra. Véges hosszúságú egyenes vezeték terének meghatározása

felé is figyelembe, akkor a gyakorlatban már elegendő pontosságú eredményhez jutunk. Ez annyit jelent tehát, hogy ha egy hosszú vezetékünk van, és a teret annak közvetlen közelében vizsgáljuk – pontosabban, ha a vezető egyenes hossza $2l$, a vizsgált pont merőleges távolsága R és az R/l viszony kisebb, mint mondjuk $0,1$ – akkor a vezeték többi részét nyugodtan elhanyagolhatjuk, és úgy számíthatjuk, mintha a vezeték végtelen hosszú egyenes vezeték volna.

Véges hosszúságú vezetékben folyó I áram által létrehozott mágneses térerősség a szimmetriasíkban a vezetőtől R távolságra a Biot – Savart-törvény szerint (1.20. ábra)

$$H_0 = \frac{I}{4\pi} \int_{-l}^{+l} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}_0}{r^2} = \frac{I}{4\pi} \int_{-\alpha_0}^{+\alpha_0} \frac{\cos \alpha}{R} d\alpha = \frac{I}{2\pi R} \sin \alpha_0 = \frac{I}{2\pi R} \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}} = \frac{I}{2\pi R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{l}\right)^2}}$$

Ez a formula végtelen hosszú vezeték esetén ($R/l = 0$) természetesen a $H_\infty = I/2\pi R$ összefüggésbe megy át. Az 1.19. ábrán a

$$\frac{H_0}{H_\infty} = \frac{H_0}{I/2\pi R}$$

viszonyt látjuk felve R/l függvényében.

Az áramot vivő véges hosszúságú vezetékdarab – legalábbis stacionárius viszonyok között – nem valósítható meg. Zárjuk az áramkört egy tőle d távolságban futó

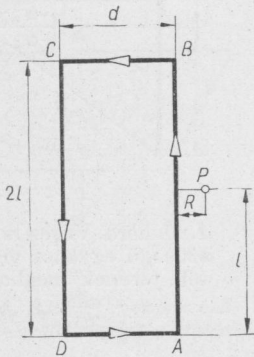
paralel vezeték, illetve a merőleges összekötő vezetékek segítségével (1.21. ábra).
 Ígyenkor a tér az AB , BC , CD , DA ágak áramai által okozott eredő tér lesz.

Az eddigiek alapján

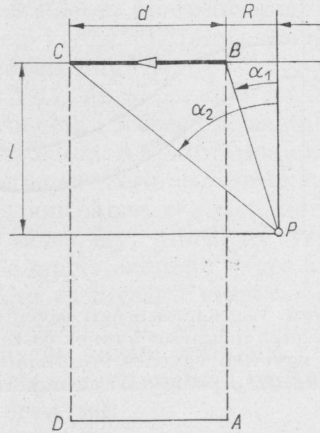
$$H_{AB} = \frac{I}{2\pi R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{l}\right)^2}}.$$

$$H_{CD} = -\frac{I}{2\pi(d+R)} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d+R}{l}\right)^2}}$$

A BC és AD oldalak egyforma nagy és egymással azonos, de a H_{AB} térrel ellenkező irányítású teret hoznak létre. Nagysága (1.22. ábra)



1.21. ábra. A visszavezetéssel bíró véges vezeték terének kiszámításához



1.22. ábra. A H_{BC} térerő kiszámításához

$$\begin{aligned} H_{BC} &= -\frac{I}{4\pi l} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \alpha \, d\alpha = -\frac{I}{4\pi l} \sin \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = -\frac{I}{4\pi l} \left(\frac{d+R}{\sqrt{l^2 + (d+R)^2}} - \frac{R}{\sqrt{l^2 + R^2}} \right) = \\ &= -\frac{I}{4\pi l} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d+R}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{R}\right)^2}} \right). \end{aligned}$$

A H_{DA} térerősség értéke ugyanekkora lesz. Így az eredő tér

$$\begin{aligned} H_{\square} &= H_{AB} + H_{CD} + 2H_{BC} = \frac{I}{2\pi R} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{l}\right)^2}} - \frac{R}{d+R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d+R}{l}\right)^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{R/l}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{R}\right)^2}} - \frac{R/l}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d+R}\right)^2}} \right]. \end{aligned}$$

Ebből a formulából azt olvashatjuk ki, hogy ha az igen hosszú vezeték visszavezetése elég távol van (l és d nagyon nagy), a térerősség az egyszerű $H = I/2\pi R$ formulából számítható.

Ha l és d véges, de R nullához tart, ugyancsak az egyszerű $H = I/2\pi R$ formulával számíthatunk.

De ha l véges és R mellett d is 0-hoz tart, már nem alkalmazhatjuk a $H_\infty = I/2\pi R$ formulát. Pl. $d = 5R$ esetén H_\square/H_∞ 5/6-hoz tart. H_\square/H_∞ menetét ez esetben mutatja az 1.19. ábra.

3. Most rátérhetünk a μ_0 konstans számszerű értékének meghatározására. Láttuk, hogy egy végtelen hosszú egyenes vezetőtől R merőleges távolságra a mágneses tér erő értéke $H = \frac{I}{2\pi R}$, így tehát az indukció értéke:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi R}.$$

Ha ettől a vezetőktől R távolságra egy másik párhuzamos vezetőket helyezünk, akkor annak l hosszúságú darabjára

$$F = BIl$$

erőhatást észlelünk, ha abban a másik vezetőben ugyancsak I áram folyik. Betéve ide az előző összefüggésből B értékét, az

$$F = \mu_0 \frac{I^2 l}{2\pi R}$$

képlethez jutunk. Tudjuk az áramerősség definíciójából, hogyha

$$I = 1\text{ A}; \quad l = 1\text{ m}; \quad R = 1\text{ m}; \quad \text{akkor} \quad F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N};$$

ezekkel az értékekkel μ_0 számértéke és dimenziója:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}.$$

Ha ismét előlegezzük az $\frac{\text{Nm}}{\text{s}} = \text{VA}$ összefüggést, akkor

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

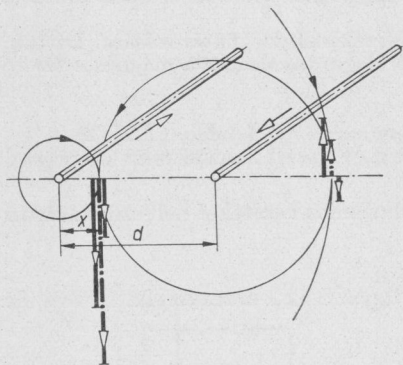
érték adódik.

Mint említettük, az áramerősség egységének megválasztásával döntöttünk μ_0 értéke felett. Fordítva: kiindulhatunk úgy, hogy μ_0 értékét $4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ -nek választjuk, és így építjük fel a villamos egységek rendszerét. Ezzel, mint a dimenzióból is láthatjuk, lényegében a V/A viszonyt, tehát az ellenállás egységét választanánk alapul.

1.4.3. Két párhuzamos, végtelen hosszúnak tekinthető egyenes vezető tere

Az előző pontban a mágneses tér kiszámításánál feltételeztük, hogy az áram visszavezetése valahol, tőlünk igen messze történik. Most nézzük meg, milyenek lesznek a viszonyok akkor, ha az áramot a végtelen hosszú vezetékkel párhuzamos, tőle d merőleges távolságban futó másik végtelen hosszúnak tekinthető vezetőken vezetjük vissza. A tér erősségét a tér egy tettség szerinti pontjában úgy számítjuk ki, hogy először kiszámítjuk az egyik vezető által létrehozott teret, majd a másik által létrehozott teret, és a két teret vektorosan összegezzük.

Ezt a törvényszerűséget, amely szerint a két vezeték terét függetlenül számolhatjuk egymástól, és az eredőtér a két tér vektorösszege, a szuperpozíció elvének nevezzük. Hangsúlyozzuk, hogy a szuperponálhatóság nem magától értetődő, mert vannak olyan terek, ahol a szuperpozíció elve nem érvényesül. Ilyen pl. a mágneses tér ferromágneses anyagban. A szuperponálhatóság az alapegyenletek lineáris voltában jut kifejezésre.

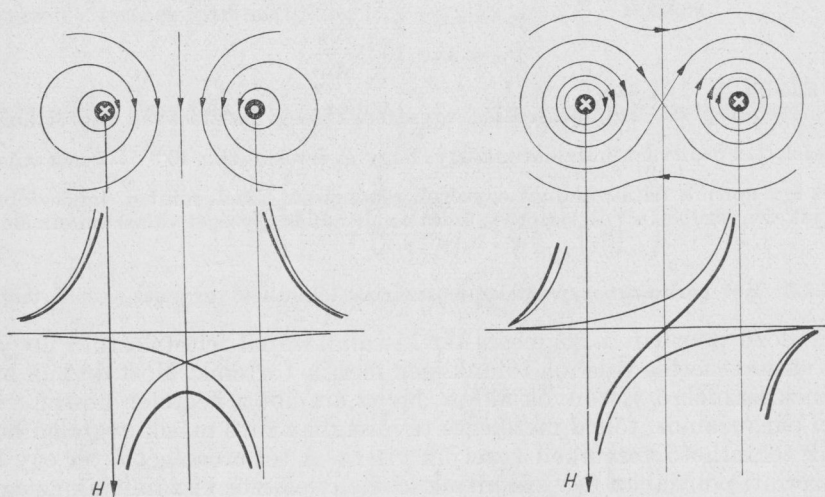


1.23. ábra. Párhuzamos vezetékek mágneses terének szerkesztése

Vizsgáljuk meg ezek szerint az 1.23. ábra alapján a mágneses tér erősségét, annak nagyságát és irányát egy, a két vezeték síkjában fekvő, a vezetékek között levő pontban. Látjuk azt, hogy mindegyik áram ugyanolyan irányban hoz létre térerősséget. A térerősségek tehát összeadódnak. Ilyen módon a térerősség értéke a két vezető között:

$$H = \frac{I}{2\pi x} + \frac{I}{2\pi(d-x)}$$

Itt a lefelé mutató irányt vettük pozitívnak. A mágneses térerősség a vezetéken kívül a két vezető által létrehozott tér különbségeként adódik. A fenti összefüggés helyesen adja meg a H értéket a két vezetőkön kívül is a síkban, de természetesen x értékét a megfelelő előjellel kell beletenni. Mindezek az eredmények az 1.24. ábrán láthatók. Természetesen az egyes vezetékek által létrehozott mágneses teret a fenti formula mindig csak a szóban forgó vezeték felületéig írja le helyesen.



1.24. ábra. Két párhuzamos: a) ellenkező irányú; b) egyirányú áramot vivő egyenes vezeték mágneses tere

A most megállapított törvényszerűségnek igen nagy jelentősége van a gyakorlatban: a távvezetékek ugyanis általában ennek az elrendezésnek felelnek meg, és térerősségük ilyen módon számítható.

Példák és kiegészítések

1. Vizsgáljuk meg, hogy viselkedik a mágneses tér a párhuzamos, ellenkező irányú áram által átjárt vezetők síkjában, igen messze a vezetőktől.

A mágneses térerősség változását megvizsgálhatjuk a két vezető által bezárt térrészen kívül is. Ilyenkor $x > d$, és a térerősség:

$$H = \frac{I}{2\pi x} - \frac{I}{2\pi(x-d)} = \frac{I}{2\pi} \frac{x-d-x}{x(x-d)} = -\frac{I}{2\pi} \frac{d}{x(x-d)} = -\frac{I}{2\pi} \frac{d}{x^2 \left(1 - \frac{d}{x}\right)}.$$

A két vezetőktől igen nagy távolságban a d/x hányados elhanyagolható az egység mellett, és ekkor:

$$H = -\frac{Id}{2\pi x^2}.$$

Ez azt jelenti, hogy a mágneses térerősség a távolság négyzetével csökken, vagyis rohamosabban, mint egyszerű vezeték esetén, amikor a távolság első hatványával csökken. A negatív előjel azt jelenti, hogy a térerősség iránya ellentétes a két vezető által bezárt térrészben fellépővel.

2. Két párhuzamos, egyenlő nagyságú, ellenkező irányú áramot vivő vezeték erővonalai excentrikus körök. Ennek bizonyításáról később lesz szó.

1.4.4. A körvezető mágneses tere

Az árammal kapcsolatos mágneses tér igen sokszor olyan kísérő jelensége az áramnak, amelynek nagysága csak valamilyen közvetett úton érdekel bennünket. Ilyen pl. a távvezetékek zavaró hatása a műszerekre, más gyengeáramú távvezetésekre, vagy ezen mágneses tér változása által okozott feszültségesés. Igen sokszor viszont éppen az a célunk, hogy az áram segítségével igen nagy mágneseret hozzunk létre. Ilyenkor természetesen a vezeték valamennyi elemét lehetőleg közel kell elhelyeznünk ahhoz a ponthoz vagy térrészhez, ahol a nagy térerősséget akarjuk előállítani. Ennek megfelelően az előző pontok alatt tárgyalt elrendezéseknél sokkal hatásosabban tudunk nagy mágneses térerősséget létrehozni körvezető segítségével.

Határozzuk meg először a térerősség értékét egy R sugarú körvezető középpontjában. A térerősség, mint azt az 1.25. ábrából is láthatjuk, tengelyirányú, mert mindegyik vezetékdarab által okozott térerősség tengelyirányú. A vektoros összeadás itt is egyszerű skalár összeadássá válik. Bármelyik vezetőelem által okozott térerősség:

$$dH = \frac{I}{4\pi} \frac{dl \sin \varphi}{R^2}.$$

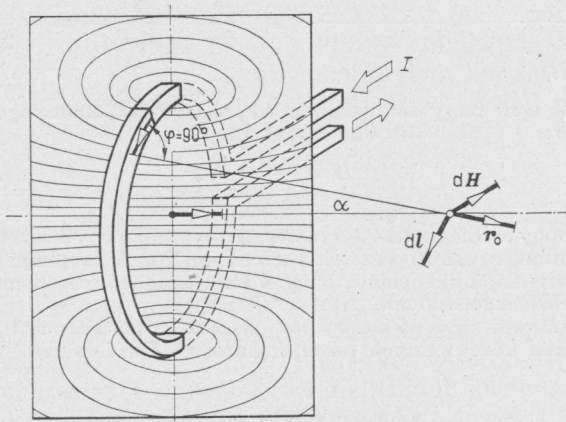
Mint hogy a vezetőelem és a pont felé húzott sugár bezárt szöge mindig $\varphi = 90^\circ$, tehát $\sin 90^\circ = 1$, továbbá a kérdéses pontnak (a kör középpont-

jának) távolsága mindegyik vezetőelemtől ugyanaz, és pedig éppen a kör sugara, így tehát ez a távolság az integráljel alól kiemelhető:

$$H = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{dl \sin \varphi}{R^2} = \frac{I}{4\pi R^2} \oint dl.$$

A vezetőelem vonalintegrálja viszont éppen a kör területét adja. Így tehát a mágneses térerősség egy körvezető középpontjában:

$$H = \frac{I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{I}{2R}.$$



1.25. ábra. Körvezeték mágneses térének kiszámításához

Hogy mennyivel hatásosabb ez az elrendezés a mágneses tér előállítására céljából, azt a következő példa mutatja. Ha egy végtelen hosszú vezetékben I áram folyik, akkor tőle R távolságra a mágneses térerősség értéke $H = I/2\pi R$. Egy $2\pi R$ hosszúságú körvezető középpontjában, ha a körvezetőben ugyancsak I áram folyik, a mágneses térerősség értéke π -szer akkora: $H = I/2R$.

Kissé körülményesebb a mágneses térerősség kiszámítása a körvezető tengelyének bármelyik más pontjában. Itt ugyanis az egyes áramelemek által létrehozott mágneses térerősség-elemek már különböző irányúak. Ahogy a kör kerülete mentén végighaladunk, a tengelyen fekvő pontban a mágneses térerőselem vektorai egy kúpfelületet síroznak (1.26. ábra). Ezen kúp fél nyílásszöge $90^\circ - \alpha$, ahol $\alpha = \arctg R/z$. A tengelyre merőleges komponensek egymás hatását lerontják, mert a szemben fekvő áramkör-elemekhez tartozó értékeik egyformák és ellenkező irányúak. Így kizárólag a tengely irányába eső összetevők érvényesülnek. Ezek viszont egyirányúak lévén, skalárisan összegezhetőek. Ilyen módon tehát a mágneses tér erőssége:

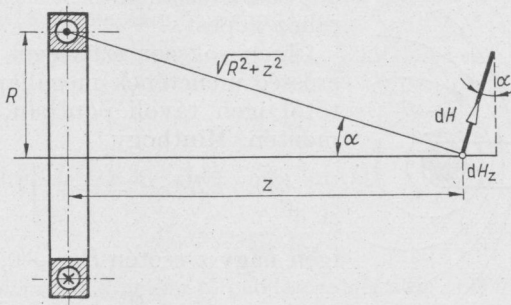
$$H = \oint dH \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{dl}{r^2} \cos(90^\circ - \alpha).$$

Mint hogy az ábrából leolvashatóan

$$\sin \varphi = 1; \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{R}{r},$$

tehát

$$H = \frac{I}{4\pi} \oint \frac{dl R}{r^2 r}.$$



1.26. ábra. Geometriai viszonyok körvezeték mágneses terének kiszámításánál

Ezt az integrált már el tudjuk végezni, mint hogy r és R értéke mindegyik ívelemre nézve ugyanaz, tehát az integráljel alól kiemelhető:

$$H = \frac{I R}{4\pi r^3} \oint dl = \frac{I R}{4\pi r^3} 2\pi R = \frac{I R^2}{2 r^3}.$$

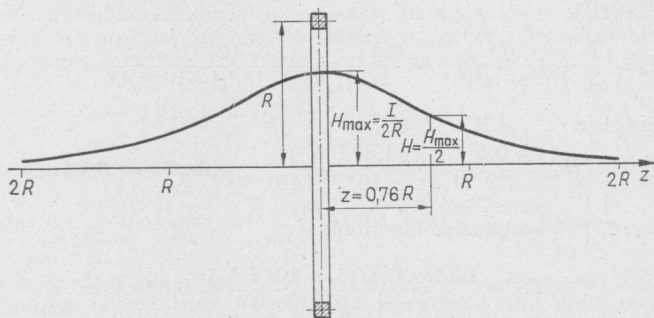
Felhasználva még az

$$r = (R^2 + z^2)^{1/2}$$

geometriai összefüggést, a mágneses térerősség a körvezető tengelyének tetszőleges szerinti P pontjában:

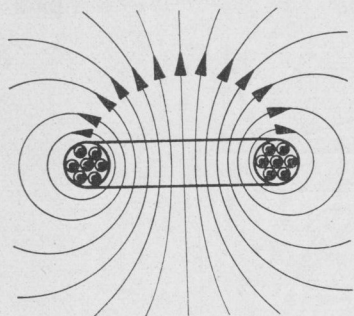
$$H = \frac{I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

A tengelymenti térerősség menete az 1.27. ábrán látható. Látjuk, hogy ez legnagyobb a körvezető középpontjában, ettől balra is, jobbra is csökken. Végtelen távolban a mágneses térerősség természetesen nulla lesz.



1.27. ábra. A mágneses tér menete a körvezető tengelye mentén

Ha körvezetők nem egyetlen vezetékből áll, hanem N számú körvezetőt helyezünk közvetlenül egymás mellé az 1.28. ábra szerint úgy, hogy az így előálló egész tekercs keresztmetszete még mindig kicsiny a körvezető sugarához képest, és az egyetlen körvezetőben folyó áram I , akkor a mágneses térerősség értéke az előbb kiszámított érték N -szerese lesz. Nyomatékosan hangsúlyozzuk azonban, hogy ez csak akkor igaz, ha az így előálló tekercs keresztmetszete kicsiny a körvezetők sugarához képest.



1.28. ábra. Kis keresztmetszetű köralakú tekercs tere megegyezik a NI áramot vivő körvezeték terével

Igen sokszor szükséges a mágneses térerősség menetének megállapítása a körvezetőtől igen távoli pontban, annak tengely mentén. Minthogy

$$R^2 + z^2 = z^2 \left(1 + \frac{R^2}{z^2} \right),$$

igen nagy z esetén $R/z \rightarrow 0$, így

$$R^2 + z^2 \approx z^2,$$

tehát a térerősség:

$$H = \frac{IR^2}{2z^3}.$$

Azt látjuk tehát, hogy a körvezető mágneses térerőssége a körvezetőtől igen távol a távolság harmadik hatványával fordítva arányosan csökken, nem úgy, mint a végtelen hosszú vezeték esetében, ahol a csökkenés csak a távolság első hatványával volt fordítva arányos.

Példák és kiegészítések

1. Mekkora a mágneses térerősség egy $0,5$ A által átfolyt $R = 1,5$ cm sugarú kör középpontjában, illetve a tengely mentén a középponttól 1 cm és 10 cm távolságban? A középpontban:

$$H_0 = \frac{I}{2R} = \frac{0,5}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 16,7 \text{ A/m}.$$

1 cm távolságban:

$$H_1 = \frac{I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{0,5}{2} \frac{(1,5 \cdot 10^{-2})^2}{(1,5^2 + 1^2)^{3/2} \cdot (10^{-4})^{3/2}} = 9,5 \text{ A/m}.$$

10 cm távolságban:

$$H_{10} = \frac{0,5}{2} \frac{(1,5 \cdot 10^{-2})^2}{(1,5^2 + 10^2)^{3/2} \cdot (10^{-4})^{3/2}} = 0,055 \text{ A/m}.$$

Az egyszerűbb összefüggéssel számolva:

$$H_{10} = \frac{IR^2}{2z^3} = \frac{0,5 \cdot (1,5 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot (10 \cdot 10^{-2})^3} = 0,056 \text{ A/m}.$$

A két érték közti eltérés mintegy 2% , amit elhanyagolható hibának tekinthetünk.

2. A körvezetőtől igen távoli pontban a térerősség értékére kapott kifejezésünket kissé átalakítjuk a későbbiek számára fontos alakba:

$$H = \frac{IR^2}{2} \frac{1}{z^3} = \frac{IR^2\pi}{2\pi} \frac{1}{z^3} = \frac{1}{2\pi} AI \frac{1}{z^3}.$$

Látjuk, hogy a térerősség a felület és az áram szorzatától függ. Kimutatható a Biot–Savart-törvény segítségével, hogy ez általánosságban is igaz: akármilyen alakú sík áramkör mágnessterét az áramkörre merőleges egyenes mentén az áramkörtől nagyon távol a fenti formula alapján számítjuk.

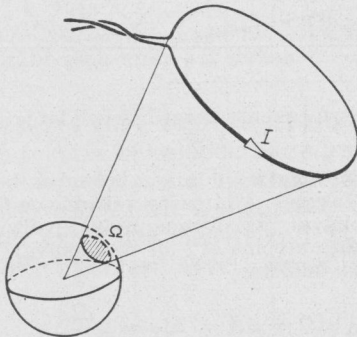
Érdeemes azt is megjegyezni, hogy az $\frac{1}{2\pi} AI \frac{1}{z^3}$ kifejezés az

$$\frac{1}{4\pi} AI \frac{1}{z^2}$$

kifejezés negatív differenciálhányadosa, más szóval:

$$H = -\frac{I}{4\pi} \frac{dA}{dz z^2}.$$

A $-A/z^2$ kifejezés éppen az áramkör térbeli látószögét adja abból a pontból, amelyben a H értékét keressük.



1.29. ábra. Egy áramot vivő vezeték térbeli látószögének kiszámításához

3. Eddigi összefüggéseinket levezettük. Most azonban bizonyítás nélkül hivatkozunk arra, hogy ez utóbbi eredményünk egészen általános érvényű a következő fogalmazásban:

Egy tetszés szerinti áramkör környezetének tetszés szerinti pontjában a mágneses térerősség vektorát megkapjuk, ha az áramkör térbeli látószögének (1.29. ábra) gradiensét képezzük a szóban forgó pontban, és az egészet $I/4\pi$ -vel szorozzuk:

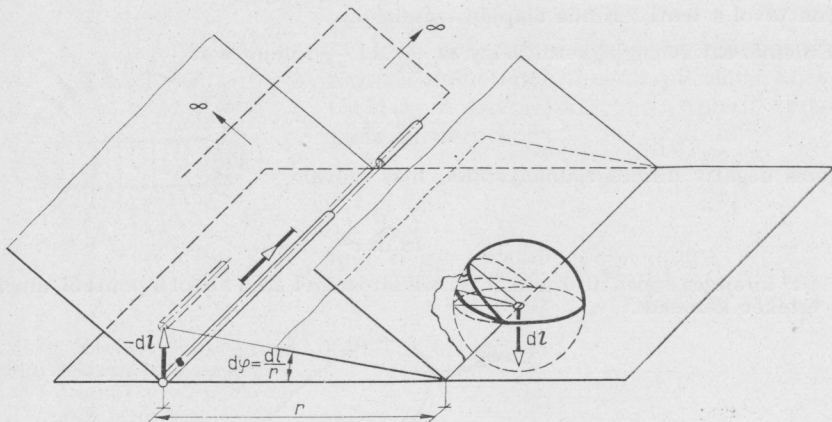
$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \text{grad } \Omega = -\text{grad } U_m,$$

ahol az U_m mágneses potenciál:

$$U_m = -\frac{I}{4\pi} \Omega = -\int \frac{I}{4\pi} dA \frac{\mathbf{r}_0}{r^2} = \int \frac{I dA}{4\pi} \text{grad } \frac{1}{r} \quad (1)$$

4. Annak megvilágítása céljából, hogy ez a módszer a mágneses tér kiszámítására mennyire alkalmas, nézzük meg, hogy az egyenes vezető tere, amelyet más úton már kiszámítottunk, hogyan adódik a térszög segítségével. Azért választottuk éppen ezt a példát, hogy az eljárást olyan körre alkalmazzuk, ahol az első pillanatban nem látjuk,

hogy melyik térszögről van szó. Az 1.30. ábra szerint úgy képzeljük a dolgot, hogy eredetileg két párhuzamos vezetékből álló zárt körünk volt, de a másik vezetéket a végtelenbe távolítottuk. Ilyen módon áramkörünk egy félsíkot ölel körül, ennek a térszögéről pedig már beszélhetünk: a tér tetszés szerinti pontját kiválasztva, ahol éppen a mágneseret számítani akarjuk, ezen pont köré egységgömböt rajzolva összekötjük vezetékünk minden pontját a P ponttal. A sugarak egy félkört vágnak ki az egység-gömb felületéből. A végtelen távoli áramvissavezetéshez húzott sugarak egy másik félkört vágnak ki. A kettő által bezárt felület áramkörünk térbeli látószöge. Ezen



1.30. ábra. Végtelen hosszú egyenes vezető térbeli látószögének kiszámításához

látószög nagysága tehát attól függ, hogy milyen irányban képzeljük a végtelen visszavezetést. Ez azonban nem lényeges. A látószög változása a fontos. Ha elmozdulunk az erővonal mentén dl darabkával, az ugyanannyival változtatja meg a látószöget, mintha a vezetékkel mozdultunk volna el $-dl$ darabkával. A térszög megváltozása a $d\varphi = dl/r$ vastagságú gerezd felülete:

$$d\Omega = dA = 2d\varphi = 2 \frac{dl}{r}.$$

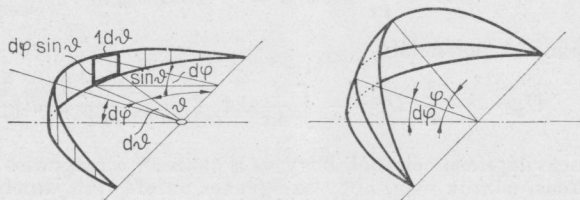
Igy, mivel a mágneses térerősség nagysága az egységnyi hosszra eső változás $\frac{I}{4\pi}$ szerese, tehát

$$H = \frac{I}{4\pi} 2 \frac{dl}{r} \frac{1}{dl} = \frac{I}{2\pi r},$$

amit már ismerünk.

Hogy a gerezd felülete valóban $2d\varphi$, azt könnyen beláthatjuk az 1.31. ábrából. A felületelem

$$d^2A = 1 \cdot d\varphi \cdot \sin \vartheta \cdot d\vartheta,$$



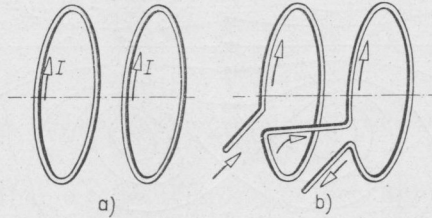
1.31. ábra. Egy körcikk térbeli látószögének kiszámításához

így

$$dA = d\varphi \int_{\theta=0}^{\pi} \sin \theta d\theta = d\varphi [-\cos \theta]_0^{\pi} = 2d\varphi .$$

1.4.5. A szolenoid mágneses tere

Nagyobb térrészben tudunk koncentrált mágneses teret létrehozni, ha az előző pontban tárgyalt körvezető mellé tőle meghatározott távolságra az 1.32.a ábra szerint egy másik körvezetőt helyezünk el, amelyben ugyanaz az áram folyik. Gyakorlatilag ezt úgy is megvalósíthatjuk, hogy a 1.32.b

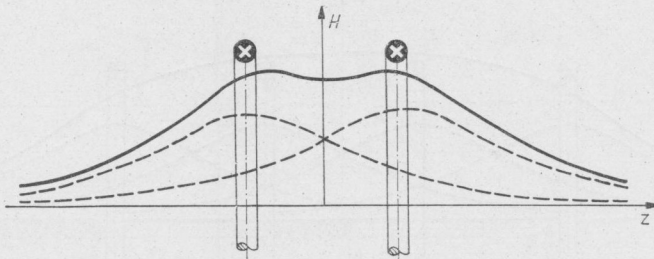


1.32. ábra a) Két egymás mellé helyezett körvezető;
b) a legegyszerűbb szolenoid: két sorbakapcsolt körvezeték

ábra szerint sorbakötjük a két körvezetőt. Ilyenkor a mágneses tér erőssége az így előálló kétmenetű tekercs belsejében nagy lesz, mert mindegyik körvezető által létrehozott mágneses tér a körvezető tengelye mentén egyirányú. Ugyanakkor a külső térrészben a mágneses tér erőssége viszonylag lecsökken. A mágneses tér kvalitatív menete az 1.34. ábrán látható, kvantitatív menetét pedig az előző pontból átvett összefüggés, és a szuperpozíció elv segítségével a

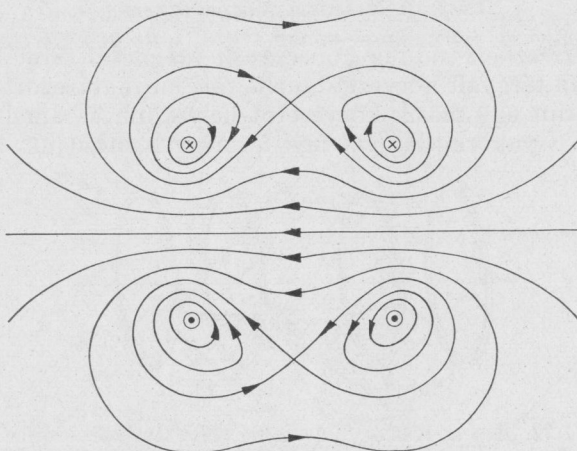
$$H = \frac{IR^2}{2 \left[R^2 + \left(z + \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{3/2}} + \frac{IR^2}{2 \left[R^2 + \left(z - \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{3/2}}$$

képlet írja le. A tengely mentén a térerősség változása ebből a formulából számítva az 1.33. ábrán látható.



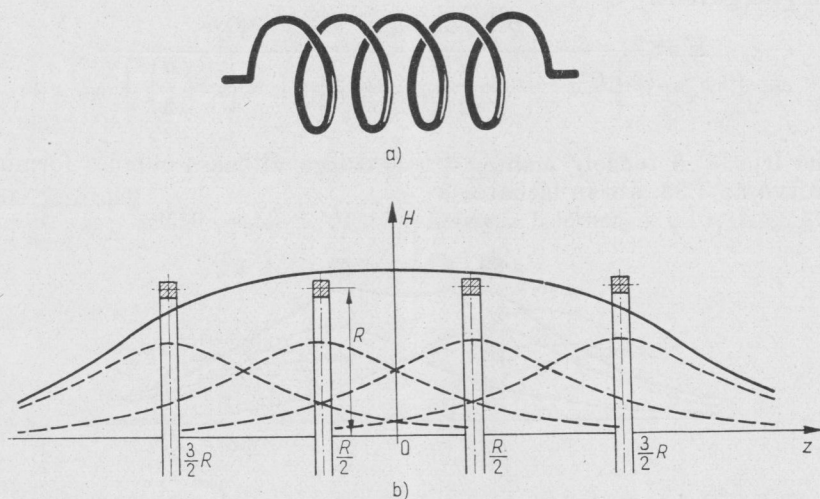
1.33. ábra. A 1.32 ábrán látható elrendezés mágneses terének kvantitatív menete a két körvezeték tengelye mentén

További erővonal-sűrítést érünk el akkor, ha sok menetet helyezünk egymás mellé. Így jutunk el az 1.35. ábrán látható szolenoidhoz. A mágneses térerősség erővonalainak kvalitatív menete az előzők alapján megállapítható, ez látható az 1.36. ábrán.



1.34. ábra. A 1.32 ábrán látható elrendezés mágneses tere

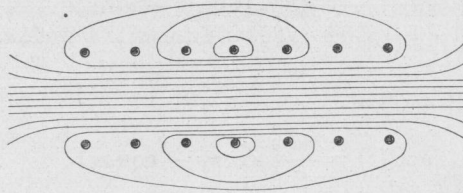
Kvantitatív eredményhez juthatunk akkor, ha feltételezzük, hogy az egyes menetek egészen közel vannak egymáshoz. Tegyük fel, hogy hosszegységenként n menet van, mindegyik menetben I áram folyik, akkor $d\zeta$ hosszúságra $nd\zeta$ menet esik. Egy ilyen kivágott szolenoid darabkát úgy



1.35. ábra. a) A szolenoid; b) a mágneses tér kvantitatív menete a tengely mentén

tekinthetünk, mint egy olyan körvezetőt, amelynek sugara R , áramerőssége pedig $nd\zeta I$. Ezen körvezető által a tengelyen felvett tetszés szerinti pontban létrehozott térerősség értéke:

$$dH = \frac{n d\zeta IR^2}{2[R^2 + (z - \zeta)^2]^{3/2}}.$$



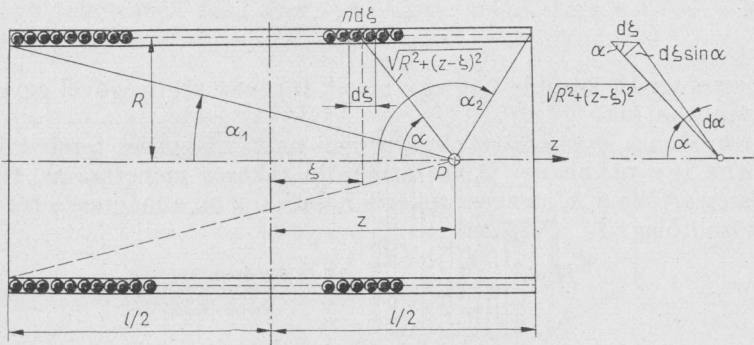
1.36. ábra. Egy szolenoid erővonalainak kvalitatív menete

A szóban forgó pontban a teljes térerősséget megkapjuk, ha összegezzük az összes ilyen elemi körvezető által létrehozott térerősségeket. Más szóval a fenti kifejezést integráljuk a $\zeta = -\frac{l}{2}$ és $+\frac{l}{2}$ határok között. Tehát

$$H(z) = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{n IR^2}{2[R^2 + (z - \zeta)^2]^{3/2}} d\zeta.$$

Mint ahogy az 1.37. ábra szerint

$$\frac{R^2}{R^2 + (z - \zeta)^2} = \sin^2 \alpha; \quad \frac{d\zeta}{\sqrt{R^2 + (z - \zeta)^2}} = \frac{d\alpha}{\sin \alpha},$$



1.37. ábra. Szolenoid térének levezetéséhez

tehát

$$H(z) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{nI}{2} \sin^2 \alpha \frac{d\alpha}{\sin \alpha} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{nI}{2} \sin \alpha d\alpha,$$

a határok pedig

$$\alpha_1 = \arctg \frac{R}{\frac{l}{2} + z}; \quad \alpha_2 = \pi - \arctg \frac{R}{\frac{l}{2} - z}.$$

Igy tehát az integrál értéke:

$$H(z) = \frac{nI}{2} [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2].$$

Ha a tekercs menetszáma N , hossza l , akkor a hosszegységenkénti menetszám $n = N/l$, és így

$$H(z) = \frac{NI}{2l} [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2].$$

A tekercs tengelyében a mágneses térerősség változását a fenti összefüggésnek megfelelően az 1.38. ábrán láthatjuk.

Ha most a szolenoidot igen hosszúnak vesszük a szolenoid sugarához képest, akkor

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = \pi; \quad \cos \alpha_1 = 1; \quad \cos \alpha_2 = -1.$$

Igy a mágneses térerősség értéke a szolenoid belsejében a tengely bármely pontjában:

$$H = \frac{NI}{2l} [1 - (-1)] = \frac{NI}{l}.$$

A sugarához képest hosszú szolenoid belsejében a mágneses térerősség értéke tehát:

$$H = \frac{NI}{l}.$$

Ezt az összefüggést később még egy másik törvény segítségével egyszerűbben is számíthatjuk.

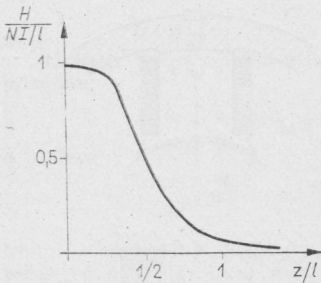
Ilyen módon a gyakorlat számára igen nagy mágneses tereket is létre lehet hozni. Így pl. ha egy 5 cm átmérőjű tekercs menetszáma 1000, az áramerősség értéke 5 A, az egész tekercs hossza 0,2 m, a mágneses térerősség értéke közelítőleg:

$$H = \frac{1000 \times 5}{0,2} = 25\,000 \text{ A/m}.$$

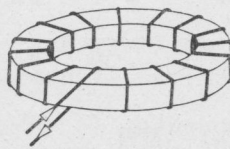
Mágneses teret tehát úgy tudunk hatásosan létrehozni, ha igen sok menetszámmal bíró tekercsbe nagy áramerősséget bocsátunk lehetőleg kis hosz-

szon. Néha a mágneses térerősség értékéhez a fenti formulának megfelelően a „menet” szócskát is hozzátesszük, és nem amper/méter, hanem ampermenet/méter-t mondunk. Az NI szorzatot érthetően *gerjesztésnek* is nevezzük, mert a mágneses teret a tekercs segítségével gerjesztjük, és a gerjesztés erősségének mértéke éppen a létrejött mágneses tér.

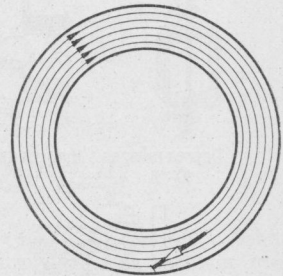
A hosszú tekercset körbe hajthatjuk az 1.39. ábrának megfelelően, és ilyen módon jutunk a körgyűrű- vagy tórusz-tekercshez. Ilyenkor a hosszú szolenoid végéből kiinduló és a szolenoidon kívül záródó úgynevezett szórt erővonalak most azonnal visszatérhetnek, és így kapjuk a tórusz-tekercs



1.38. ábra. A mágneses térerősség menete a véges hosszúságú szolenoid tengelyében



1.39. ábra. A körgyűrű alakú tekercs



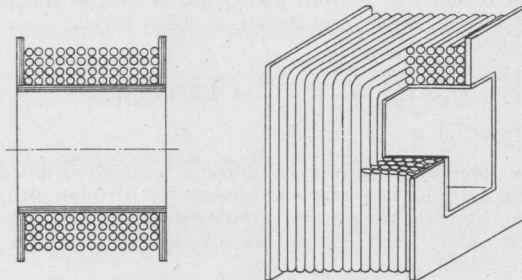
1.40. ábra. Körgyűrű alakú tekercs ideálisított erőtere

erővonalrendszerét, ahol már nincs vagy igen kis mértékben van szórt erővonal (1.40. ábra). Ennek belsejében a mágneses térerősség még pontosabban:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{NI}{2\pi R},$$

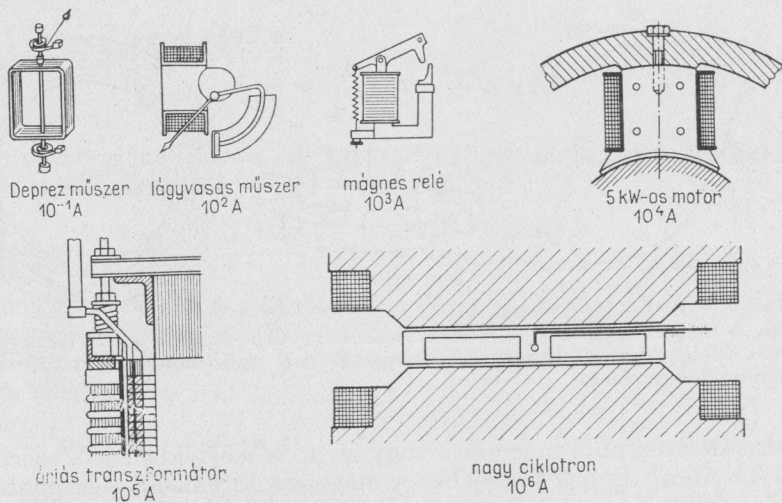
ahol R a kör alakú erővonal sugara.

Az eddig tárgyalt egyréteges tekercs helyett hatásosabb a 1.41 ábrán látható többréteges tekercselés. Egy ilyen tekercs több, egymásba dugott dugott egyrétegű tekercsnek felel meg, amelynek mágnestere a tekercs középvo-



1.41. ábra. A gyakorlatban használatos tekercselrendezés

nalában összegeződik. Hogy mekkora gerjesztést tudunk maximálisan valahova elhelyezni, az attól függ, hogy mekkora az egész tekercs keresztmetszetének rendelkezésére álló terület. Ha ezt előre nem mi vehetjük fel, hanem adva van, akkor a megadott felületre beépíthető, megvalósítható gerjesztés, tehát az NI szorzat nagysága független külön az N -től és az I -től. Az egész területet egyetlen ($N = 1$) menetű hatalmas vezető keresztmetszetének véve, a kérdés oda vezet, hogy mekkora áram mehet egy adott keresztmetszeten. Ezt viszont a vezető melegezése dönti el. Durva becslésként $2-10 \text{ A/mm}^2$ áramsűrűséget vehetünk.



1.42. ábra. A gyakorlatban található gerjesztési értékek

Az 1.42 ábrán a gyakorlatban található gerjesztési értékeket tüntetjük fel.

Példák és kiegészítések

1. Egy $l = 15 \text{ cm}$ hosszú, $d = 2 \text{ cm}$ átmérőjű, $N = 150$ menetből álló tekercs tengelye mentén a térerősség, ha a vezetében $I = 1,5 \text{ A}$ folyik:

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{150 \cdot 1,5}{0,15} = 1500 \text{ A/m}.$$

Úgy képzeljük, durva közelítésben, hogy a tekercs belsejében a térerősség értéke a most kiszámított érték, azon kívül pedig a mágneses tér hirtelen eltűnik. A pontosabb számítás megmutatta, hogy a mágneses térerősség a tengely mentén folytonosan változik:

$$H(z) = \frac{NI}{2l} [\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2].$$

A tekercs közepén:

$$\cos \alpha_1 = -\cos \alpha_2 = \frac{l/2}{\sqrt{(l/2)^2 + (d/2)^2}} = \frac{7,5}{\sqrt{7,5^2 + 1^2}} = 0,991,$$

$$H_0 = \frac{150 \cdot 1,5}{2 \cdot 0,15} 2 \cdot 0,991 = 1485 \text{ A/m}.$$

A tekercs szélén:

$$\cos \alpha_1 = \frac{l}{\sqrt{l^2 + (d/2)^2}} = \frac{15}{\sqrt{15^2 + 1^2}} = 0,998,$$

$$\cos \alpha_2 = 0,$$

$$H_1 = \frac{150 \cdot 1,5}{2 \cdot 0,15} 0,998 = 750 \text{ A/m} \cong \frac{H_0}{2}.$$

Hosszú tekercseknél általában:
középen:

$$\cos \alpha_1 = -\cos \alpha_2 \cong 1; \quad H_0 \cong \frac{NI}{l},$$

a szélén:

$$\cos \alpha_1 \cong 1; \quad \cos \alpha_2 = 0, \quad H_1 \cong \frac{NI}{2l} = \frac{H_0}{2}$$

vehető. Láthatjuk, hogy ez a közelítés, amely szerint a térerősség állandó a tekercs tengelye mentén, nem mondható nagyon jónak. Mindamelllett sok esetben mégis kielégítő pontosságú.

2. Az előzőekben a tekercset körvezetők soros kapcsolásával állítottuk elő. Most megvizsgáljuk egy csavarvonal alakú vezetékben folyó áram mágneses terét a csavarvonal tengelye mentén. A tekercs tehát R sugarú, p menetmagasságú, N menetből álló spirális legyen, amelynek tengelye essék egybe a z tengellyel (1.43. ábra). A csavarvonal egyenlete

$$\mathbf{l} = iR \cos \varphi + jR \sin \varphi + k \frac{p}{2\pi} \varphi.$$

A $z = \zeta$ pontban a mágneses tér z irányú komponense:

$$-H_z = \frac{I}{4\pi} \int \frac{(\mathbf{dl} \times \mathbf{r})_z}{r^3} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{r_y dl_x - r_x dl_y}{r^3},$$

ahol az 1.43. ábrából leolvashatóan

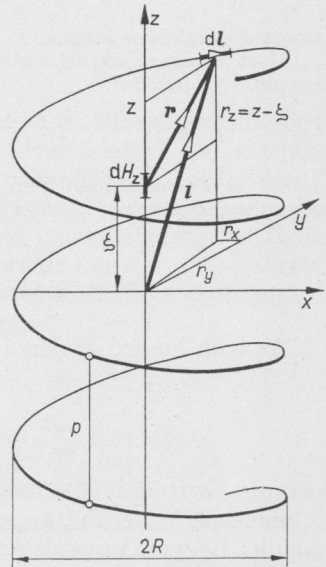
$$r_x = x = R \cos \varphi; \quad r_y = y = R \sin \varphi;$$

$$r_z = z - \zeta = \frac{p}{2\pi} \varphi - \zeta.$$

A $d\mathbf{l}$ vonalelem komponensei a csavarvonal egyenletéből:

$$dl_x = -R \sin \varphi d\varphi; \quad dl_y = R \cos \varphi d\varphi;$$

$$dl_z = \frac{p}{2\pi} d\varphi.$$



1.43. ábra. Egy csavarvonal alakú vezetékben haladó áram által létrehozott mágneses tér kiszámításához

Ezeket az értékeket H_z kifejezésébe visszatéve:

$$H_z = \frac{I}{4\pi} \int_{-\varphi_0}^{+\varphi_0} \frac{d\varphi}{R \left[1 + \left(\varphi \frac{p}{2\pi R} - \frac{\zeta}{R} \right)^2 \right]^{3/2}}.$$

A φ_0 határszög értékét a

$$\varphi_0 = \frac{N}{2} 2\pi$$

összefüggésből határozzuk meg.

Ezen integrál értéke explicite megadható.

$$H_z = \frac{I}{2p} \left\{ \frac{\frac{Np}{2} + \zeta}{\left[R^2 + \left(\frac{Np}{2} + \zeta \right)^2 \right]^{1/2}} + \frac{\frac{Np}{2} - \zeta}{\left[R^2 + \left(\frac{Np}{2} - \zeta \right)^2 \right]^{1/2}} \right\}.$$

Ha itt is bevezetjük a vizsgált pont és a tekercs végpontja közötti β_1 és β_2 szöget, akkor egyenletünk alakja igen egyszerű lesz:

$$H_z = \frac{I}{2p} [\cos \beta_2 - \cos \beta_1].$$

Ha még az $L = Np$ összefüggés alapján a tekercs hosszát is bevezetjük, a

$$H_z = \frac{NI}{2L} (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

ismert formulához jutunk.

Most azonban az előzőekben tárgyalt esettől eltérően H_z nem az egyetlen komponens. Így például:

$$-H_x = \frac{I}{2\pi} \int \frac{r_z dy - r_y dz}{r^3},$$

aminek értéke általában nem nulla. Az erővonalak nem párhuzamosak a tengellyel, hanem spirálalakúak.

1.5. A mágneses térerősség közvetlen mérése

Az igen hosszú szolenoid belsejében található térerősség értékére kapott

$$H = \frac{NI}{l}$$

formula segítségével a mágneses térerősséget közvetlenül is mérni tudjuk, és nemcsak az erőhatás segítségével mérhető indukció-vektorból számíthatjuk. Legyen ugyanis az 1.44. ábra szerint a térben egy tetszés szerinti vezető elrendezés, és legyen ennek tetszés szerinti pontjában a mágneses térerősség értéke H . Helyezzünk ebbe a pontba egy kis hosszúságú, de még ehhez a kis hosszúsághoz képest is igen kis átmérőjű szolenoidot. Helyezzünk ennek belsejébe egy tetszés szerinti készüléket, amely a mágneses tér-