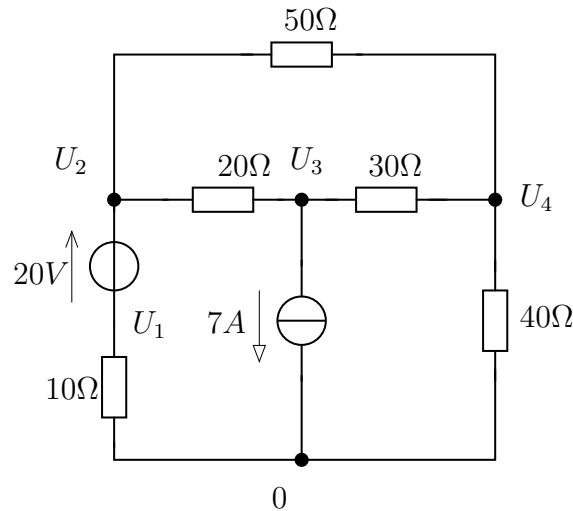


**Feladatok a csomóponti potenciálok és hurokáramok módszerének gyakorlására! /
Megoldások**

1/a. Használja a megadott csomóponti potenciálokat! Adja meg a feszültségforrások hatására módosuló csomóponti potenciál értékeket, majd adja meg a hiányzó csomóponti potenciálok meghatározására alkalmas egyenletrendszert!



A feszültségforrás hatására az U_1 és U_2 között közvetlen a kapcsolat.

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= U_1 - 20 \\ \frac{U_1}{10} + \frac{U_2 - U_3}{20} + \frac{U_2 - U_4}{50} &= 0 \\ \frac{U_3 - U_2}{20} + \frac{U_3 - U_4}{30} + 7 &= 0 \\ \frac{U_4 - U_3}{30} + \frac{U_4 - U_2}{50} + \frac{U_4}{40} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

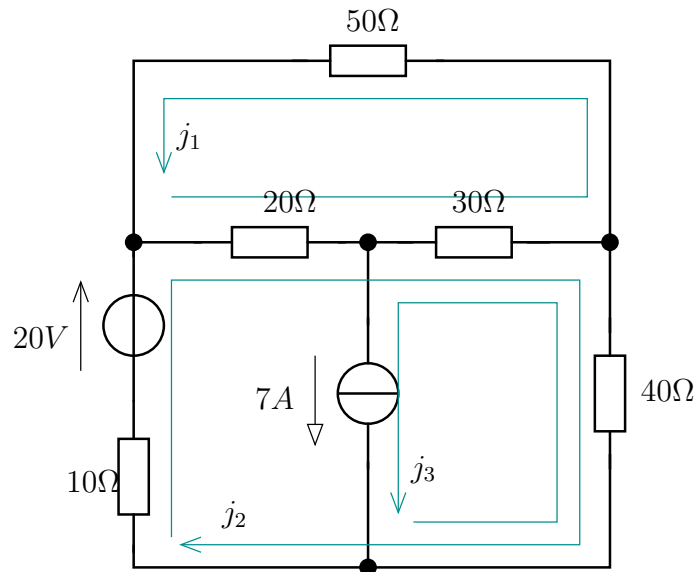
Persze az U_2 helyett általában már az $U_1 - 20$ használandó, ezáltal az alábbi lesz :

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_1}{10} + \frac{U_1 - 20 - U_3}{20} + \frac{U_1 - 20 - U_4}{50} &= 0 \\ \frac{U_3 - (U_1 - 20)}{20} + \frac{U_3 - U_4}{30} + 7 &= 0 \\ \frac{U_4 - U_3}{30} + \frac{U_4 - (U_1 - 20)}{50} + \frac{U_4}{40} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Rendezve

$$\left. \begin{aligned} \frac{17}{100}U_1 - \frac{1}{20}U_3 - \frac{1}{50}U_4 &= \frac{20}{20} + \frac{20}{50} \\ -\frac{1}{20}U_1 + \frac{50}{60}U_3 - \frac{1}{40}U_4 &= -7 - \frac{20}{20} \\ -\frac{1}{50}U_1 - \frac{1}{30}U_3 + \frac{47}{600}U_4 &= -\frac{20}{50} \end{aligned} \right\}$$

1/b. Adja meg a megadott hurok esetén a hurokáramok meghatározására vonatkozó egyenleteket! Fejezze ki a 30Ω-os ellenállás feszültségét, és a 20Ω-os ellenállás áramát!

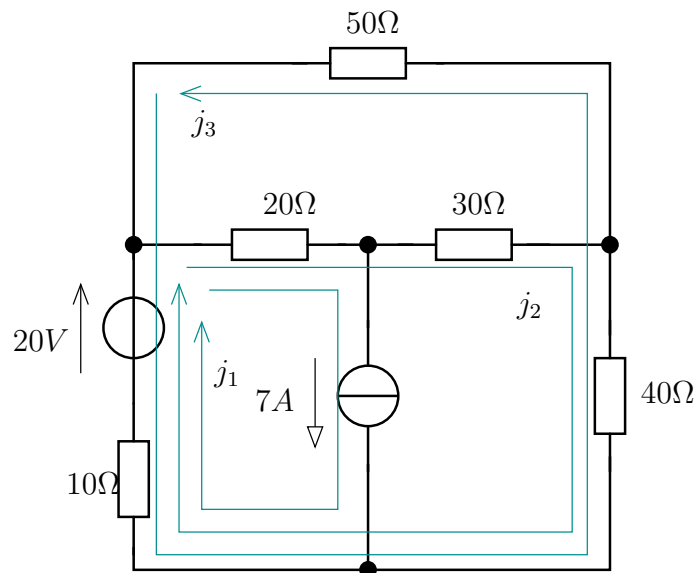


$$\left. \begin{aligned} 20 \cdot (j_1 + j_2) + 30 \cdot (j_1 + j_2 - j_3) + 50 \cdot j_1 &= 0 \\ 10 \cdot j_2 + 20 + 20 \cdot (j_2 + j_1) + 30 \cdot (j_2 + j_1 - j_3) + 40 \cdot (j_2 - j_3) &= 0 \\ j_3 &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Rendezés és behelyettesítés után adódik

$$\left. \begin{aligned} 100 \cdot j_1 + 50 \cdot j_2 &= 30 \cdot 7 \\ 50 \cdot j_1 + 100 \cdot j_2 &= -20 + 70 \cdot 7 \end{aligned} \right\}$$

1/c. Adja meg a megadott hurok esetén a hurokáramok meghatározására vonatkozó egyenleteket! Fejezze ki a 20Ω-os ellenállás feszültségét, és a 30Ω-os ellenállás áramát!

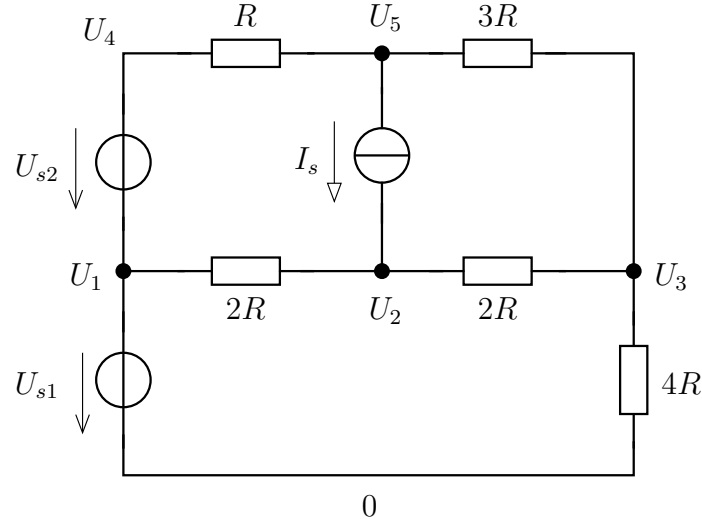


$$\left. \begin{aligned} 20(j_2 + j_1) + 30(j_2) + 40(j_2 - j_3) + 10(j_1 + j_2 - j_3) &= 0 \\ -20 + 10(j_3 - j_2 - j_1) + 40(j_3 - j_2) + 50 \cdot j_3 &= 0 \\ j_1 &= 7 \end{aligned} \right\}$$

Rendezés és behelyettesítés után adódik

$$\left. \begin{aligned} 100 \cdot j_2 - 50 \cdot j_3 &= 30 \cdot 7 \\ -50 \cdot j_2 + 100 \cdot j_3 &= 20 + 10 \cdot 7 \end{aligned} \right\}$$

2./a Adja meg a csomóponti potenciálok meghatározására alkalmas egyenletrendszert!



$$U_1 = U_{s1}, \quad U_4 - U_1 = U_{s2} \quad \Rightarrow \quad U_4 = U_2 + U_{s2}$$

Ezek felhasználjuk már az egyenletek felírása során :

$$\frac{U_2 - U_{s1}}{2R} + \frac{U_2 - U_3}{2R} - I_s = 0$$

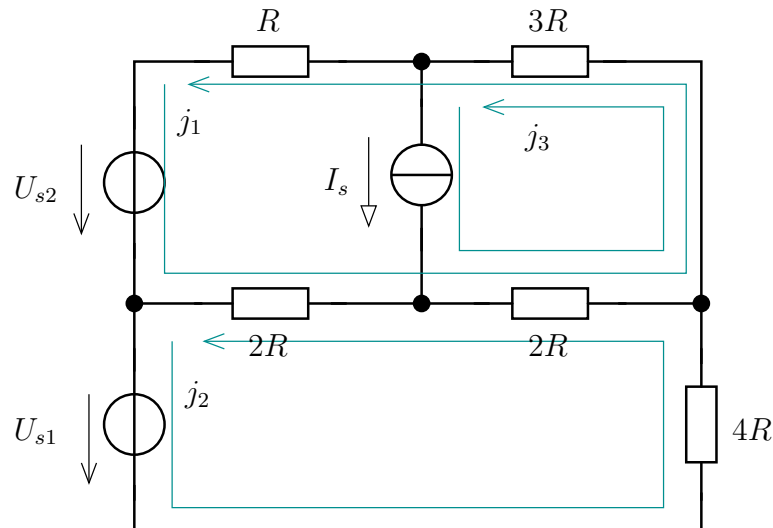
$$\frac{U_3}{4R} + \frac{U_3 - U_2}{2R} + \frac{U_3 - U_5}{3R} = 0$$

$$\frac{U_5 - (U_{s1} + U_{s2})}{R} + \frac{U_5 - U_3}{3R} + I_s = 0$$

Rendezve

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R}U_2 - \frac{1}{2R}U_3 &= I_s + \frac{U_{s1}}{2R} \\ = \frac{1}{2R}U_2 + \frac{13}{12R}U_3 - \frac{1}{3R}U_5 &= 0 \\ -\frac{1}{3R}U_3 + \frac{4}{3R}U_5 &= -I_s + \frac{U_{s1} + U_{s2}}{R} \end{aligned} \right\}$$

2./b Adja meg a bejelölt hurkok esetén a hurokáramok meghatározására alkalmas egyenletrendszert!



A hurkok felvételéből adódik, hogy $j_3 = I_s$. A továbbiakban ezt használjuk majd.

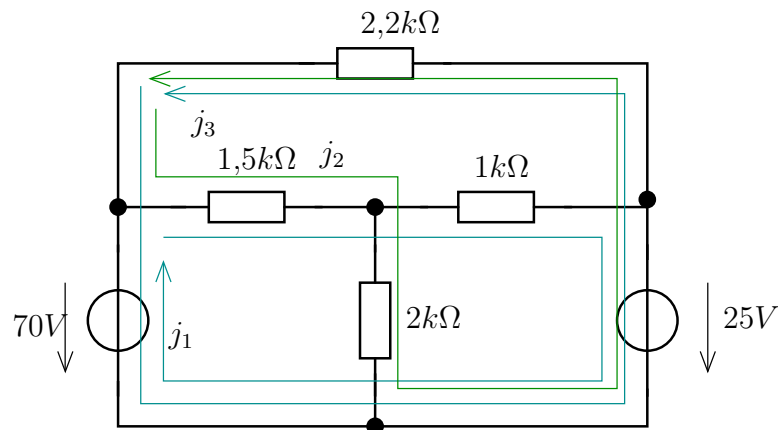
$$U_{s2} + 2R \cdot (j_1 - j_2) + 2R \cdot (j_1 + I_s - j_2) + 3R \cdot (j_1 + I_s) + R \cdot j_1 = 0$$

$$U_{s1} + 4R \cdot (j_2) + 2R(j_2 - I_s - j_1) + 2R(j_2 - j_1) = 0$$

Rendezzük a 2 ismeretlenre :

$$\left. \begin{aligned} 8R \cdot j_1 - 4R \cdot j_2 &= -U_{s2} - 2R \cdot I_s \\ -4R \cdot j_1 + 8R \cdot j_2 &= -U_{s1} + 2R \cdot I_s \end{aligned} \right\}$$

3. Feladat Használja a felvett hurokrendszert! Írja fel a hurokáramok meghatározására alkalmas egyenletrendszert!



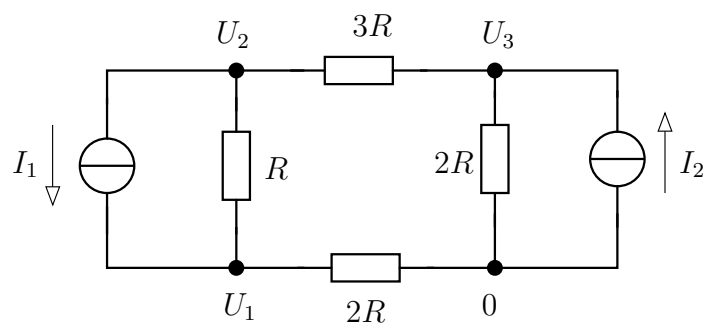
Nincsen áramforrás a rendszerben, ezért "nem esik" ki egyik hurokáram sem. Alkalmazzunk $V, mA, k\Omega$ egységrendszert!

$$\left. \begin{aligned} 1,5 \cdot (j_1 + j_2) + 1 \cdot j_1 + 25 - 70 &= 0 \\ 1,5(j_2 + j_1) + 2 \cdot j_2 - 25 + 2,2 \cdot (j_2 + j_3) &= 0 \\ 70 - 25 + 2,2 \cdot (j_3 + j_2) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Rendezve adódik, hogy

$$\left. \begin{aligned} 2,5 \cdot j_1 + 1,5 \cdot j_2 &= 70 - 25 \\ 1,5 \cdot j_1 + 5,7 \cdot j_2 + 2,2 \cdot j_3 &= 25 \\ 2,2 \cdot j_2 + 2,2 \cdot j_3 &= 25 - 70 \end{aligned} \right\}$$

4. **Feladat** Írja fel a csomóponti potenciálok meghatározására alkalmas egyenletrendszert!



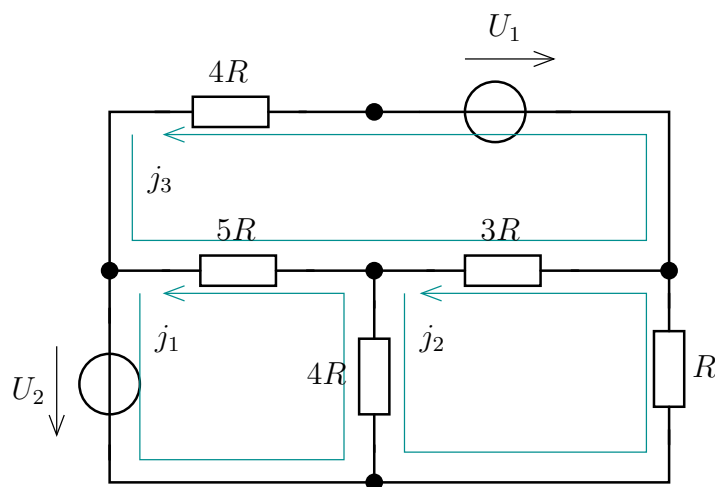
Nincsenek független feszültségforrások, 3 ismeretlen potenciállal lesz dolgunk.

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_1}{2R} + \frac{U_1 - U_2}{R} - I_1 &= 0 \\ \frac{U_2 - U_1}{R} + I_1 + \frac{U_2 - U_3}{3R} &= 0 \\ \frac{U_3}{2R} + \frac{U_3 - U_2}{3R} - I_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Ebből a rendezett egyenletrendszer

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{2R}U_1 - \frac{1}{R}U_2 &= I_1 \\ -\frac{1}{R}U_1 + \frac{4}{3R}U_2 - \frac{1}{3R}U_3 &= -I_1 \\ -\frac{1}{3R}U_2 + \frac{5}{6R}U_3 &= I_2 \end{aligned} \right\}$$

5. Feladat A felvett hurokrendszert alkalmazza határozza meg a hurokáramok meghatározására szolgáló egyenletrendszert!



Az egyenletrendszer :

$$\left. \begin{aligned} U_2 + 4R \cdot (j_1 - j_2) + 5R \cdot (j_1 - j_3) &= 0 \\ 4R \cdot (j_2 - j_1) + R \cdot j_2 + 3R \cdot (j_2 - j_3) &= 0 \\ 5R \cdot (j_3 - j_1) + 3R \cdot (j_3 - j_2) - U_1 + 4R \cdot j_3 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Innen rendezve

$$\left. \begin{aligned} 9R \cdot j_1 - 4R \cdot j_2 - 5R \cdot j_3 &= -U_2 \\ -4R \cdot j_1 + 8R \cdot j_2 - 3R \cdot j_3 &= 0 \\ -5R \cdot j_1 - 3R \cdot j_2 + 12R \cdot j_3 &= U_1 \end{aligned} \right\}$$