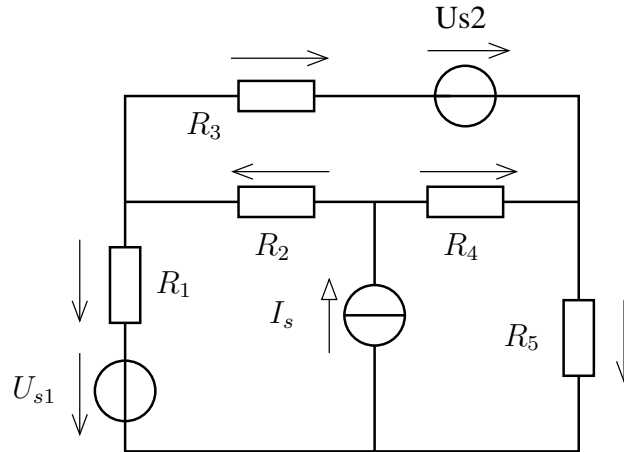


1. Illusztratív példa a hurokáramok és a csomóponti potenciálok alkalmazására

1.1. Feladat

Határozzuk meg az összes kétpólus feszültségét és áramát!



1. ábra. Feladathoz tartozó hálózat

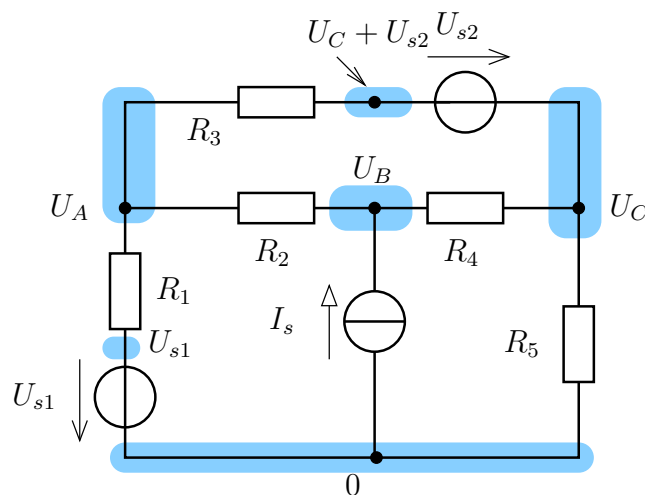
$$R_1 = 10\Omega; R_2 = 20\Omega; R_3 = 15\Omega; R_4 = 40\Omega; R_5 = 25\Omega$$

$$I_s = 0,5A; U_{s1} = 20V; U_{s2} = 30V$$

Használjuk az 1 ábrában bejelölt referencia irányokat a kétpólusok áramának és feszültségének megadásakor.

1.2. Megoldás csomóponti potenciálok módszerével

A csomóponti potenciálokat a 2 ábrában láthatóan választottuk.



2. ábra. Csomóponti potenciálok

A szükséges csomópontokra felírt csomóponti egyenletek

$$\frac{U_A - U_{s1}}{R_1} + \frac{U_A - U_B}{R_2} + \frac{U_A - (U_C + U_{s2})}{R_3} = 0 \quad (1)$$

$$-I_s + \frac{U_B - U_A}{R_2} + \frac{U_B - U_C}{R_4} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{U_C - U_B}{R_4} + \frac{U_C}{R_5} + \frac{U_C + U_{s2} - U_A}{R_3} = 0 \quad (3)$$

Rendezett alakban

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U_A - \frac{1}{R_2} U_B - \frac{1}{R_3} U_C &= \frac{U_{s1}}{R_1} + \frac{U_{s2}}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} U_A + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) U_B - \frac{1}{R_4} U_C &= I_s \\ -\frac{1}{R_3} U_A - \frac{1}{R_4} U_B + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) U_C &= -\frac{U_{s2}}{R_3} \end{aligned} \right\}$$

Mátrixosan felírva :

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) & -\frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_2} & \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_4} & \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{U_{s1}}{R_1} + \frac{U_{s2}}{R_3} \\ I_s \\ -\frac{U_{s2}}{R_3} \end{pmatrix}$$

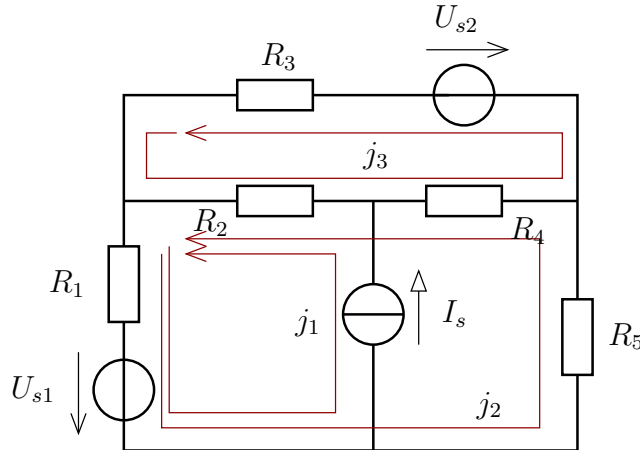
Ennek megoldásával adódnak a keresett csomóponti potenciálok értékei

$$U_A = 24,36V; \quad U_B = 23,43V; \quad U_C = 1,59V$$

Ezek felhasználásával a kétpólusok árama és feszültsége számítható (lásd 1. Táblázat)

1.3. Hurokáramok módszere

A felvett hurokrendszert a ábra mutatja.



3. ábra. Hurokrendszer és a hurokáramok

Az áramforrást csak az 1-es hurok tartalmazza, ezért $j_1 = I_s$ adódik, amelyet a következőkben már fel is használunk majd.

A 2-es és 3-as hurokra felírt huroktörvények

$$R_1(j_1 + j_2) + U_{s1} + j_2 R_5 + R_4(j_2 - j_3) + R_2(j_1 + j_2 - j_3) = 0$$

$$R_2(j_3 - j_1 - j_2) + R_4(j_3 - j_2) - U_{s2} + R_3 j_3 = 0$$

Ennek rendezett alakja

$$\left. \begin{aligned} (R_1 + R_2 + R_4 + R_5)j_2 - (R_2 + R_4)j_3 &= -I_s(R_1 + R_2) - U_{s1} \\ -(R_2 + R_4)j_2 + (R_2 + R_3 + R_4)j_3 &= U_{s2} + I_s R_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

amely

$$\begin{pmatrix} 95 & -65 \\ -60 & 75 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_2 \\ j_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -35 \\ 40 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Ennek megoldása

$$j_2 = -0,0638A; \quad j_3 = 0,4823A \quad (6)$$

1.4. MATLAB kód a megoldáshoz

Későbbi alkalmazás céljára az egyenletrendszer megoldás és a keresett mennyiségek kifejezés MATLAB segítségével megoldva.

```
R1=10; R2=20; R3=15; R4=40; R5=25; Is=0.5; Us1=20; Us2=30;
A = [1/R1+1/R2+1/R3 -1/R2 -1/R3; -1/R2 1/R2+1/R4 -1/R4; -1/R3 -1/R4 1/R3+1/R4+1/R5]
B= [Us1/R1+Us2/R3; Is; -Us2/R3]
fi = A\B
A=[R1+R2+R4+R5 -(R2+R4); -(R2+R4) R2+R3+R4]
B=[-Us1-(R1+R2)*Is; Us2+Is*R2]
jj =A\B
j2=jj(1);j3=jj(2); j1=Is;
-j2*R5
(-j2+j3)*R4
Ua=fi(1);Ub=fi(2);Uc=fi(3);
Ub-Uc
-j3*R3
Ua-Uc-Us2
(j1+j2-j3)*R2
Ub-Ua
(j1+j2)*R1
Ua-Us1
j1+j2
(Ua-Us1)/R1
(Ub-Ua)/R2
j1+j2-j3
(Ua-Uc-Us2)/R3
(Ub-Uc)/R4
-j2+j3
Uc/R4
Uc/R5
-j2
```

1. táblázat. Kétpólusok feszültsége és árama kifejezve a csomóponti potenciálok és a hurokáramok segítségével

keresett mennyiség	csomóponti potenciálok módszere	hurokáramok módszere	számított érték
U_1	$(j_1 + j_2) \cdot R_1$	$U_A - U_{s1}$	4,3617V
U_2	$(j_1 + j_2 - j_3) \cdot R_2$	$U_B - U_A$	-0,922V
U_3	$-j_3 \cdot R_3$	$U_A - (U_C + U_{s1})$	-7,234V
U_4	$(-j_2 + j_3) \cdot R_4$	$U_B - U_C$	21,84V
U_5	$-j_2 \cdot R_5$	U_C	1,5957
I_1	$j_1 + j_2$	$(U_A - U_{s1})/R_1$	0,4362A
I_2	$j_1 + j_2 - j_3$	$\frac{U_B - U_A}{R_2}$	-0,0461A
I_3	$-j_3$	$\frac{U_A - (U_C + U_{s2})}{R_3}$	-0,4823A
I_4	$-j_2 + j_3$	$\frac{U_B - U_C}{R_4}$	0,5461A
I_5	$-j_2$	$\frac{U_C}{R_5}$	0,0638A
U_{I_s}	$-(U_{s1} + R_1(j_1 + j_2) + R_2(j_1 + j_2 - j_3))$ j_1 hurok alapján	U_B	-23,43V
$I_{U_{s1}}$	$j_1 + j_2$	$\frac{U_A - U_{s1}}{R_1}$	
$I_{U_{s2}}$	$-j_3$	$\frac{U_A - (U_C + U_{s2})}{R_3}$	