Feladatok a szükséges matematikai háttér alkalmazásának gyakorlására

Kétismeretlenes egyenletrendszerek rendezése és megoldása

0.1.

$$\left.\begin{aligned} \frac{x_1-2}{5}+\frac{x_1-x_2}{3}-0{,}4=0 \\ \frac{x_2-x_1}{3}+\frac{x_2-3}{5}+0{,}8=0 \end{aligned}\right\}$$

0.2.

$$\left.\begin{aligned} \frac{x_1-x_2}{10}-\frac{x_2-3}{4}\cdot 5+\frac{x_1-10}{7}=0 \\ \frac{x_2-x_1}{10}+\frac{x_2}{5}-0{,}7=0 \end{aligned}\right\}$$

0.3.

$$\left.\begin{aligned} 5\cdot(x_1-x_2)+3\cdot(x_1-0{,}4)+10=0 \\ -2x_1+3\cdot(x_2-x_1)=0 \end{aligned}\right\}$$

Háromismeretlenes egyenletrendszerek rendezése és megoldása

0.4.

$$\left.\begin{aligned} \frac{u_1-u_2}{3}+\frac{u_1-u_3}{5}+\frac{u_1}{10}-10=0 \\ \frac{u_2-u_1}{3}+\frac{u_2-u_3}{5}-2=0 \\ \frac{u_3-u_1}{3}+\frac{u_3-u_2}{5}=0 \end{aligned}\right\}$$

0.5.

$$\left.\begin{aligned} \frac{u_1}{5}+\frac{u_1-2u_3}{2}=0 \\ \frac{u_2-u_1}{3}+\frac{u_2-u_3}{4}-2=0 \\ \frac{u_3}{4}+\frac{u_3-u_1}{3}=0 \end{aligned}\right\}$$

0.6.

$$\left.\begin{aligned} 3(j_1-j_2+j_3)+2(j_1-j_3)-10=10 \\ j_2-2(j_1+j_3)=0 \\ 3(j_3-j_2+j_1)+2(j_3)-0{,}5=0 \end{aligned}\right\}$$

0.7.

$$\left.\begin{aligned} 5(u_1-(u_2+10))+2u_2-3(u_2+10)=0 \\ 3(u_2-u_1)+2(u_2+10)-2=0 \\ u_1+u_2-u_3=2u_2+10 \end{aligned}\right\}$$

Egyváltozós függvények deriválása

Határozza meg az alábbi egyváltozós függvények deriváltját!

0.8. $f(t) = 2 \cdot (t^3 - 2 \cdot t) \cdot (t + 1)$

0.9. $f(t) = t^2 - 2 \cdot t + 1$

0.10. $f(t) = 5 \cdot e^{-2 \cdot t}$

0.11. $f(t) = 3t - 2 \cdot e^{-4t}$

0.12. $f(t) = 3t \cdot \exp(-t/2)$

0.13. $f(t) = 10 \cdot \cos(2t - 0{,}3)$

0.14. $f(t) = 10 \cdot e^{-2t} \cdot \cos(3t + \pi/6)$

Egyváltozós függvények határozott és határozatlan integrálja

Számítsa ki az alábbi jelölt integrálokat!

0.15.
$$\int (3x^2 + 5x - 3)dx =$$

0.16.
$$\int 3 \cdot e^{-2x} dx =$$

0.17.
$$\int_0^T e^{-\alpha x} dx =$$

0.18.
$$\int_0^T 3\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) dt =$$

0.19.
$$\int_0^{10} 3 \cdot e^{-0{,}2x} dx =$$

0.20.
$$\int_{-2}^{2} t\cos(2\pi/T \cdot t)dt =$$

Egyváltozós függvények analízise

0.21. Tekintsük az alábbi, szakaszonként adott $g(x)$ függvényt!

(a) Adja meg az $x \to -\infty$ és $x \to \infty$ határértékeket!

(b) Vizsgálja meg a függvény értékkészletét és értelmezési tartományát!

(c) Ábrázolja a $g(x)$ függvényt az $-4 \geq x \geq 4$ tartományon!

(d) Vizsgálja meg a függvény folytonosságát!

(e) Határozza meg a függvény deriváltját!

$$g(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < -3 \\ \frac{1}{18}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} & \text{ha } -3 \geq x \geq 3 \\ 2 & \text{ha } 3 \geq 3 \end{cases}$$

0.22. Adott az alábbi $d(x)$ függvény!

$$d(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < 0 \\ 1 - 5e^{-x/3} & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Adja meg az $x \to -\infty$ és $x \to \infty$ határértékeket!

(b) Vizsgálja meg a függvény értékkészletét és értelmezési tartományát!

(c) Ábrázolja a $d(x)$ függvényt az $-1 \geq x \geq 4$ tartományon!

(d) Vizsgálja meg a függvény folytonosságát!

(e) Határozza meg a függvény deriváltját!

0.23. Vezessük be a $w(x, L)$ függvényt az alábbi módon!

$$w(x, L) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \geq 0 \\ 1 & \text{ha } 0 \geq x \geq L \\ 0 & \text{ha } L \geq x \end{cases}$$

Az $f(x)$ függvényt úgy definiáljuk, hogy $f(x) = A \cdot \exp(-\alpha \cdot t)$.

(a) Ábrázolja az $f(x)$ és a $\frac{df}{dx}$ függvényeket!

(b) Határozza meg a $h(x) = w(x, \infty) \cdot f(x)$ függvény deriváltját, illetve az $\int_{-\infty}^{\infty} h(x)dx$ integrál értékét!

(c) $\star$ Ábrázolja az

$$m(x) = w(x, L) \cdot (1 - f(x)) - (1 - f(x - L)) \cdot w(x - L, L)$$

függvényt! Adja meg és ábrázolja a $\frac{dm}{dx}$ deriváltat! Mit mondhatunk a derivált értékéről $x = L$ és $x = 2L$ helyeken?

0.24. Tekintsük a $t(x) = Bx \cdot e^{-\alpha x}$ függvényt, ahol B és α pozitív értékű valós paraméterek! Határozza meg az α és B értékét úgy, hogy az

$$A = \int_0^\infty t(x)dx \text{ illetve } E_0 = \int_0^\infty |t(x)|^2 dx$$

integrálok értéke A illetve E_0 legyen! (Az A és E_0 valós paraméter.) Mindig megoldható ez a feladat?