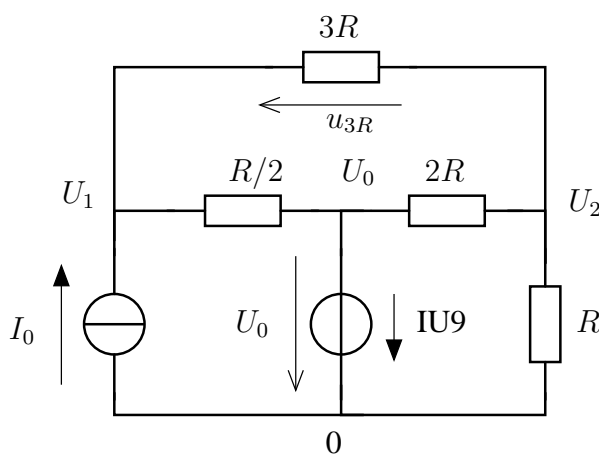


- 1. (2 p)** A bal oldalon látható hálózatban vegyen fel csomóponti potenciálokat! Írja fel a megoldáshoz szükséges egyenletrendszert! Fejezze ki a keresett válaszok értékét a csomóponti potenciálokkal! (Az egyenletrendszert nem kell megoldani!)
Keresett válaszok : u_{3R} , P_{U_0}

Vegyük fel az alábbi módon a csomóponti potenciálokat!



Ekkor a az egyenletek :

$$\left. \begin{aligned} -I_0 + \frac{U_1 - U_0}{R/2} + \frac{U_1 - U_2}{3R} &= 0 \\ \frac{U_2}{R} + \frac{U_2 - U_0}{2R} + \frac{U_2 - U_1}{3R} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ és } \begin{aligned} u_{3R} &= U_2 - U_1 \\ P_{U_0} &= U_0 \cdot I_{U_0} = U_0 \cdot \left(\frac{U_1 - U_0}{R/2} + \frac{U_2 - U_0}{2R} \right) \end{aligned}$$

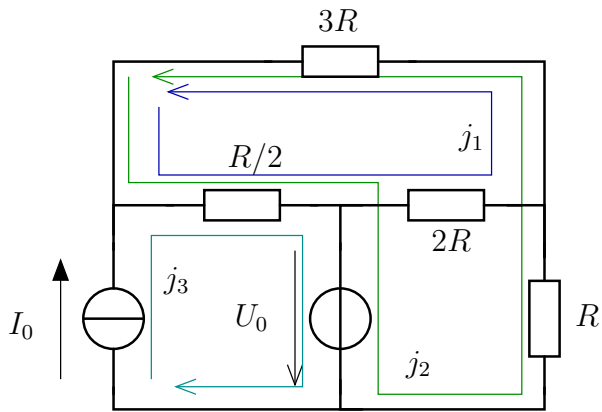
A hálózat paramétereinek és a gerjesztése alapján :

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{3R} \right) U_1 - \frac{1}{3R} U_2 &= \frac{2U_0}{R} + I_0 \\ -\frac{1}{3R} U_1 + \left(\frac{3}{2R} + \frac{1}{3R} \right) U_2 &= \frac{U_0}{2R} \end{aligned} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0,1167 & -0,0167 \\ -0,0167 & 0,0917 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13,6 \\ 5,2 \end{pmatrix}$$

$$U_{3R} = U_2 - U_1 = -8,4V$$

$$P_{U_0} = \dots = 2,4W$$



2. (2 p) A jobb oldalon látható hurokáramokat alkalmazva, írja fel a megoldáshoz szükséges egyenletrendszert! Fejezze ki a keresett válaszok értékét a hurokáramok segítségével!

(Az egyenletrendszert nem kell megoldani!)

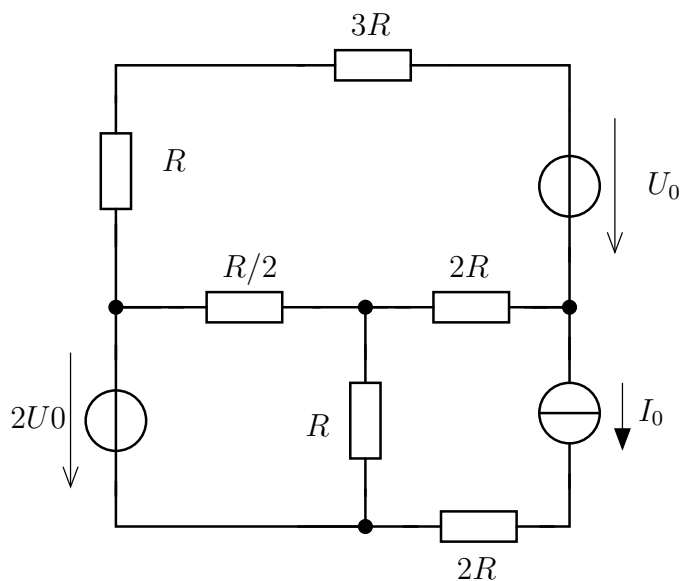
Keresett válaszok : u_{3R} , P_{U_0}

A válaszok irányítását az előző feladatbelire választottuk.

$$\left. \begin{array}{l} j_3 = I_0 \\ \frac{R}{2}(j_1 + j_2 + j_3) + 2R \cdot j_1 + 3R \cdot (j_1 + j_2) = 0 \\ \frac{R}{2}(j_1 + j_2 + j_3) + U_0 + R \cdot j_2 + 3R \cdot (j_1 + j_2) = 0 \end{array} \right\} \text{ és } \begin{array}{l} u_{3R} = (j_1 + j_2) \cdot 3R \\ P_{U_0} = U_0 \cdot (j_3 + j_2) \end{array}$$

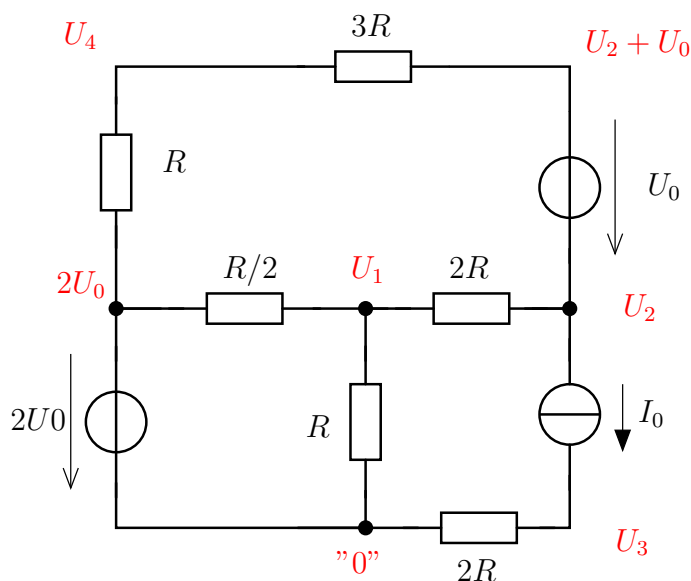
$$\begin{pmatrix} 5,5R & 3,5R \\ 3,5R & 4,5R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{I_0 R}{2} \\ -U_0 - \frac{I_0 R}{2} \end{pmatrix} \rightarrow \mathbf{j} = \begin{pmatrix} 0,12 \\ -0,26 \end{pmatrix} \text{ A}$$

3. (1 p) Határozza meg a feszültségforrás teljesítményét (numerikusan), ha $R = 20\Omega$, $U_0 = 10V$, $I_0 = 0,5A$!



1. (2 p) A bal oldalon látható hálózatban vegyen fel csomóponti potenciálokat! Írja fel a megoldáshoz szükséges egyenletrendszer! Fejezze ki a keresett válaszok értékét a csomóponti potenciálokkal! (Az egyenletrendszert nem kell megoldani!)
Keresett válaszok : u_{3R} , P_{I_0}

Csomópontokat az alábbi módon felvéve :



Az R és $3R$ közötti csomópont felesleges, bár most indokolt, mert a keresett U_{3R} feszültség kifejezéséhez felhasználható. Azonban látható, hogy ha U_2 ismert, akkor

$$U_4 = \frac{3}{4} \cdot (U_2 + U_0 - (2U_0)) = \frac{3(U_2 - U_0)}{4}$$

Csomóponti potenciálokra vonatkozó egyenletek (U_4 -et nem használva!)

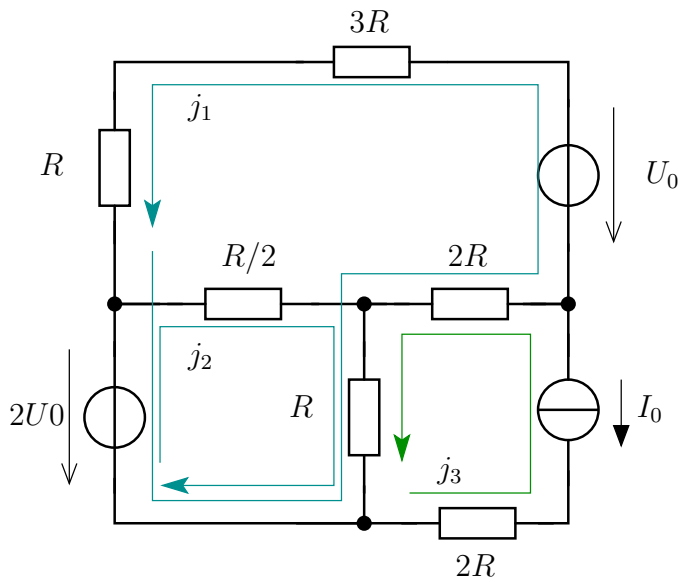
$$\left. \begin{aligned} \frac{U_1 - 2U_0}{R/2} + \frac{U_1}{R} + \frac{U_1 - U_2}{2R} &= 0 \\ I_0 + \frac{U_2 - U_1}{2R} + \frac{U_2 + U_0 - 2U_0}{4R} &= 0 \\ -I_0 + \frac{U_3}{2R} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{pmatrix} \frac{7}{2R} & -\frac{1}{2R} & 0 \\ -\frac{1}{2R} & \frac{3}{4R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2R} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4U_0}{R} \\ \frac{U_0}{4R} - I_0 \\ I_0 \end{pmatrix}$$

Keresett mennyiségek :

$$U_{3R} = \frac{3(U_2 - U_0)}{4} \quad P_{I_0} = (U_2 - U_3) \cdot I_0$$

Az egyenletrendszer megoldása :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12,8 \\ 9,6 \\ 3,4 \end{pmatrix} \text{ V}$$



2. (2 p) A jobb oldalon látható hurokáramokat alkalmazva, írja fel a megoldáshoz szükséges egyenletrendszert! Fejezze ki a keresett válaszok értékét a hurokáramok segítségével!

(Az egyenletrendszert nem kell megoldani!)

Keresett válaszok : u_{3R} , P_{I_0}

Hurok egyenletek :

$$\left. \begin{aligned} 2U_0 + R \cdot (j_1 - j_2 - j_3) + 2R \cdot (j_1 - j_3) - U_0 + 4R \cdot j_1 &= 0 \\ -2U_0 + \frac{R}{2}j_2 + R \cdot (j_2 - j_1 + j_3) &= 0 \\ j_3 &= -I_0 \end{aligned} \right\} \begin{pmatrix} 7R & -R & -3R \\ -R & 1,5R & R \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_0 \\ 2U_0 \\ -I_0 \end{pmatrix}$$

A keresett mennyiségek kifejezése a hurokáramokkal :

$$U_{3R} = j_1 \cdot 3R$$

$$P_{I_0} = U_{I_0} \cdot I_0 \text{ ahol } U_{I_0} = 5R \cdot j_3 - 3R \cdot j_1 + R \cdot j_2$$

a korábban fel nem írt huroktörvény alapján.

Numerikus eredmények :

$$\mathbf{j} = \begin{pmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0059 \\ 0,8471 \\ -0,1 \end{pmatrix} \text{ A}$$

A keresett mennyiségek értéke :

$$u_{3R} = -0,3 \text{ V} \quad P_{I_0} = 6,2 \text{ V} \cdot 0,1 \text{ A} = 0,62 \text{ W}$$

3. (1 p) Határozza meg az áramforrás teljesítményét (numerikusan), ha $R = 17\Omega$, $U_0 = 10\text{V}$, $I_0 = 0,1\text{A}$! A hurokáramokkal vagy a csomóponti potenciálokkal is azonos eredmény adódik :

$$P_{I_0} = 0,62 \text{ W}$$