Másod- és magasabbrendű hálózatok válaszának számítása

→ 1.) ÁVL meghatározása $\qquad x = x_{tr.} + x_g$

2.) sajátérték, sajátvektor $\qquad \longrightarrow \underline{m}_i \; \lambda_i \qquad \underline{x}_{tr} = \sum k_i \cdot \underline{m}_i e^{\lambda_i t}$

3.) gerjesztett válasz → próbafv. $\qquad x_g \sim u(t)$

4.) egy időpontban érték kiszámítása pl. hálózat alapján → illesztés a teljes megoldásra

$$\text{pl. } x(0) = 0 = \sum_{i=1}^{N} k_i \underline{m}_i \cdot e^{\lambda_i t}\Big|_0 + \underline{x}_g(0)$$

$$\underline{\underline{M}} \cdot \underline{k} + x_g(0) = 0$$

5.) válasz kifejezése az állapotváltozóra vonatkozó megoldás alapján

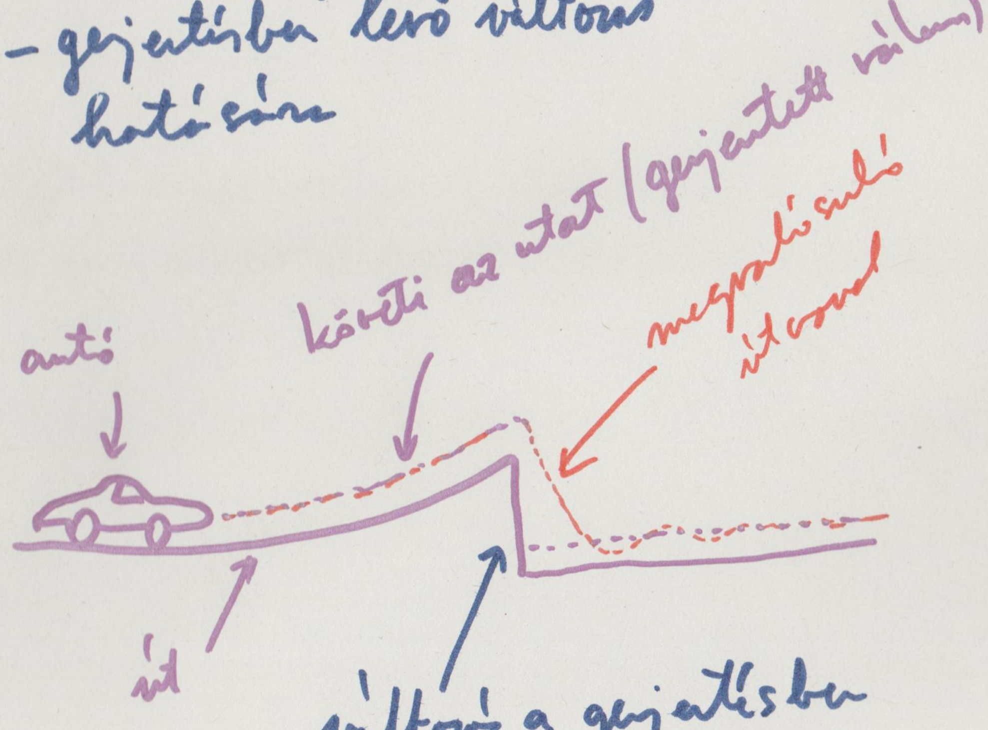
$$y = \underline{C}^T \cdot \underline{x} + \underline{D} \cdot u$$

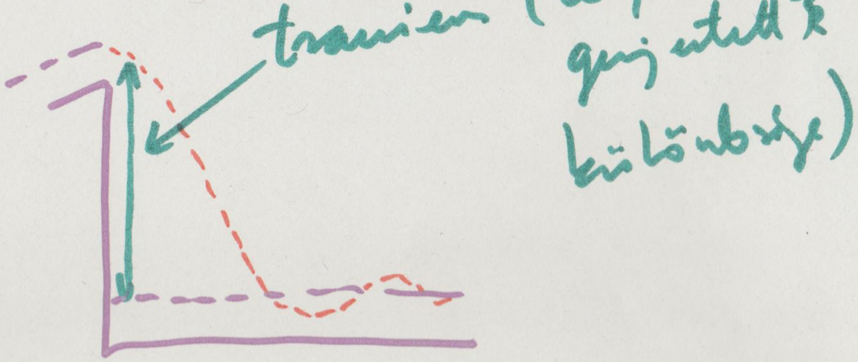
$$\underline{x}(t) = \underline{x}_{tr}(t) + \underline{x}_g(t)$$

gerjesztett v. inhomogén

tranziens vagy homogén
- rendszerre jellemző
- gerjesztésben lévő változás hatására

~ gerjesztés



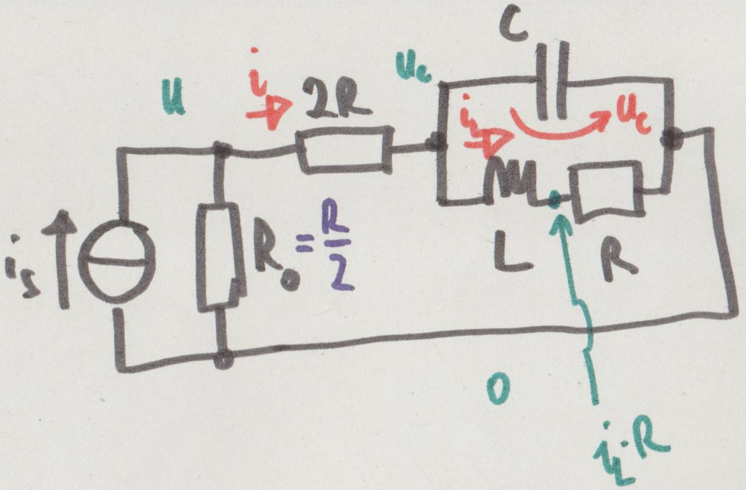


- tranziens válasz a rendszertől függ alakja

$$\sum_{i=1}^{N} k_i \cdot \underline{m}_i \, e^{\lambda_i t}, \text{ ahol}$$

$\underline{m}_i$ a λ_i-hez tartozó sajátvektor

K 927



$$\left.\begin{aligned} & i_L + C \cdot u_c' + \frac{u_c - u}{2R} = 0 \\ & u_c - L \cdot i_L' - i_L \cdot R = 0 \\ & -i_s + \frac{u}{R_0} + \frac{u - u_c}{2R} = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{i_L' = \frac{1}{L} u_c - \frac{R}{L} i_L}$$

$$5u - u_c - i_s \cdot 2R = 0$$

$$u = \frac{u_c + i_s 2R}{5}$$

$$2RC \cdot u_c' + 2R \cdot i_L + \underbrace{u_c - \left(\frac{u_c + 2R \cdot i_s}{5}\right)}_{\frac{4u_c}{5} - \frac{2R}{5} i_s} = 0$$

$$u_c' = \underbrace{\frac{-1}{2RC} \cdot \frac{4u_c}{5}}_{-\frac{2}{5RC} u_c} \underbrace{- \frac{2R}{2RC} \cdot i_L}_{-\frac{1}{C} i_L} \underbrace{+ \frac{2R}{5} \cdot \frac{1}{2RC} \cdot i_s}_{\frac{1}{5C} i_s}$$

kΩ, V, mA, mH, μs, nF

R = 1 kΩ; L = 0,8 mH

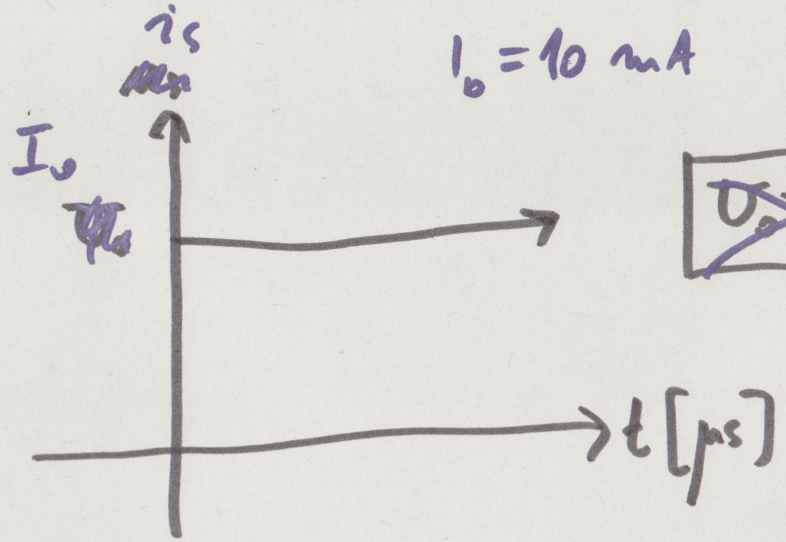
C = 5 nF

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -0{,}08 & -0{,}2 \\ 1{,}25 & -1{,}25 \end{pmatrix} \leftarrow \underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{5RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{5C} \\ 0 \end{pmatrix}$$

K 927/2

$$\underline{B} = \begin{pmatrix} 1/5C \\ 0 \end{pmatrix} ; \quad i = \begin{pmatrix} 0,04 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{C}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix} ; \quad D = \frac{2R}{5} = 0,4$$



$I_0 = 10\ mA$

$\boxed{\cancel{U_0 = \ldots V}}$

sajátérték

$$|\lambda \underline{\underline{E}} - \underline{\underline{A}}| = 0 \quad \text{vagy} \quad |\underline{\underline{A}} - \lambda \underline{\underline{E}}| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda + 0,08 & 0,2 \\ -1,25 & \lambda + 1,25 \end{vmatrix} = (\lambda + 0,08)(\lambda + 1,25) + 0,2 \cdot 1,25 = 0$$

$$\lambda^2 + 1,33\lambda + 0,35 = 0$$

$$\lambda_{12} = \begin{cases} -0,9687\ \mu s^{-1} \\ -0,3613\ \mu s^{-1} \end{cases}$$

$Re\{\lambda_i\} < 0$ tehát stabilis a rendszer!

K927/3

1.) ÁVL felírása → ✓

2.) sajátérték ✓ → sajátvektor - pl. MATLAB eig paranccsal

`[m, la] = eig(A)`

$$\lambda_1 = -0{,}3613 \quad \underline{m}_1 = \begin{pmatrix} 0{,}5794 \\ 0{,}8150 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \lambda_2 = -0{,}9687 \quad \underline{m}_2 = \begin{pmatrix} 0{,}2196 \\ 0{,}9756 \end{pmatrix}$$

3.) $u_s(t) = U_0\,\varepsilon(t)$ → $t > 0$ esetén $u_s = U_0 =$ áll. $\Rightarrow \underline{x}_g = \begin{pmatrix} U_C \\ I_L \end{pmatrix} = \underline{X}$ állandó vektor

→ tranziens lecsengése után vizsgáljuk a rendszert! (csak gerjesztett összetevő van!)

$$\underline{x}_g' = \underline{\underline{A}}\,\underline{x}_g + \underline{B} \cdot \overset{u_s}{\cancel{U_0}} \rightarrow 0 = \underline{\underline{A}}\,\underline{X} + \underline{B} \cdot U_0 \leftarrow \text{lin. egyenletrendszer}$$

$\underline{\underline{X}}$ = `A \ (-B*U0)`, vagy $\underline{X} = \underline{\underline{A}}^{-1} \cdot (-\underline{B}\,U_0)$

K 927/4

4) t=0-ban $\underline{x}(0)=0$, mert $t<0$ energiamentes és $u_s(t)$- kapcsolás $t=0$-ban

$(\Rightarrow \underline{x}(+0)=\underline{x}(-0)=\underline{x}(0))$

teljes megoldás: $\underline{x}(t)=k_1\cdot\underline{m}_1 e^{\lambda_1 t}+k_2\underline{m}_2 e^{\lambda_2 t}+\underline{x}_g$

t=0-ban $\underline{0}=k_1\cdot\underline{m}_1+k_2\underline{m}_2+\underline{X} \rightarrow \underline{m}_1\cdot k_1+\underline{m}_2 k_2=-\underline{X}$

$$\begin{pmatrix}\cdot\\\cdot\end{pmatrix}k_1+\begin{pmatrix}\cdot\\\cdot\end{pmatrix}k_2=\begin{pmatrix}\cdot&\cdot\\\cdot&\cdot\end{pmatrix}\begin{pmatrix}k_1\\k_2\end{pmatrix}=-\underline{X}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{M}}\cdot\underline{k}=-\underline{x}_g(0)=-\underline{X}$$

5) Be kell helyettesíteni: ($t>0$-ra érvényes)

$y=\underline{C}^T\cdot\underline{x}+\underline{D}\cdot\underline{u}_s=$

$=\underline{C}^T k_1\underline{m}_1 e^{\lambda_1 t}+\underline{C}^T k_2\underline{m}_2\cdot e^{\lambda_2 t}+(\underline{C}^T\cdot\underline{X}+\underline{D}\cdot\underline{U}_0)$

$$\underline{x}_g = \underline{X} = \begin{pmatrix} 1,4286 \\ 1,4286 \end{pmatrix}$$

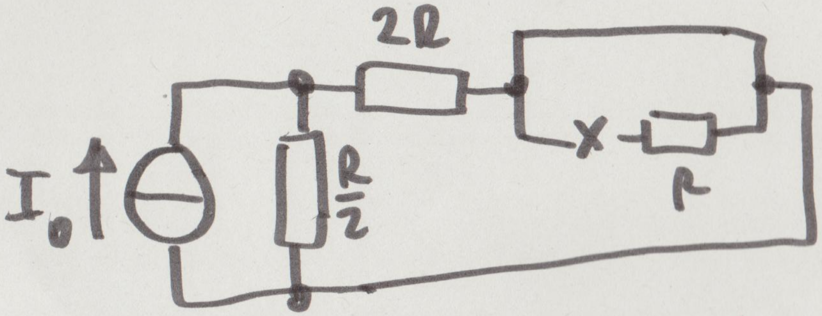
$$u_c(t) = 1,4286 + (-1,6198)\,e^{-0,3613t} + 0,1913 \cdot e^{-0,9687\cdot t}$$

$$k_v = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2,7955 \\ 0,8711 \end{pmatrix}$$

$$i_L(t) = 1,4286 - 2,2784 \cdot e^{-0,3613\cdot t} + 0,8498 \cdot e^{-0,9687\cdot t}$$

$$y(t) = \underbrace{4,2857}_{\text{ide tart}} \underbrace{-0,3240\, e^{-0,3613\cdot t}}_{\text{hosszabb ideig tart a hatása}} \underbrace{+\,0,0383\, e^{-0,9687\cdot t}}_{\text{hamarabb „lecsengő" része}}$$

$$t = +0 \quad y(+0) = 4,2857 - 0,3240 + 0,0383 = 4\ \text{V}$$



$$u = I_0 \left(\frac{R}{2} \times 2R \right) = 4\ \text{V}$$