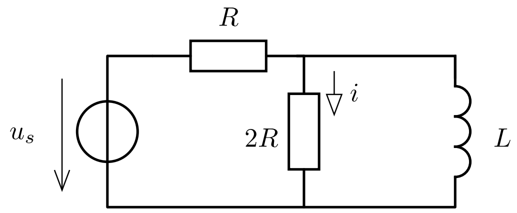
Feladatok egy állapotváltozós rendszerek válaszának számítására

A megoldás során alkalmazhatjuk az egy időállandós rendszer válaszára vonatkozó alábbi összefüggést illetve az állapotváltozós leírás normálalakját is megoldhatjuk (esetleg konvolúcióval is kiszámíthatjuk)

$$y(t) = y_{st}(t) + [y(+0) - y_{st}(0)] \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \qquad \text{ahol } \tau = C \cdot R_B \text{ vagy } \tau = L/R_B$$

1. Az alábbi hálózatban a bejelölt i(t) áram a válasz. Határozzuk meg a válasz időfüggvényét, ha $R = 5k\Omega$, $L = 2$ mH, $U_0 = 10$ V, a különböző gerjesztések esetében!

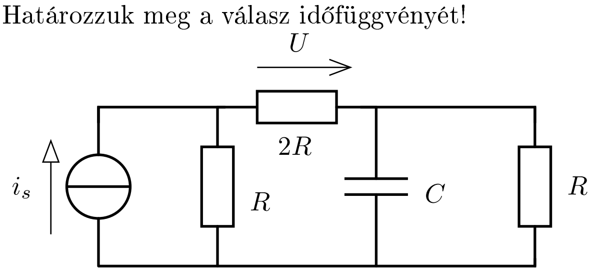


a. Bekapcsolási folyamat : $u_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U_0 & t \geq 0 \end{cases}$

b. Kikapcsolási folyamat : $u_s(t) = \begin{cases} U_0 & t < 0 \\ 0 & t \geq 0 \end{cases}$

---

2. Határozzuk meg a válasz időfüggvényét!



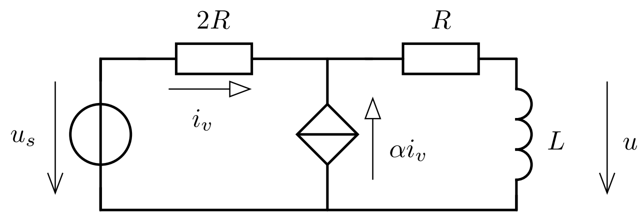
$$u(t) = 0$$
$$R = 2k\Omega$$
$$C = 0{,}3nF$$
$$I_0 = 10mA$$

a. Bekapcsolási folyamat : $i_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 3I_0 & t \geq 0 \end{cases}$

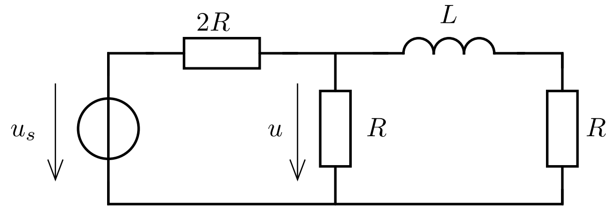
b. Átkapcsolás : $i_s(t) = \begin{cases} 3I_0 & t < 0 \\ I_0 & t \geq 0 \end{cases}$

---

3. Tekintsük az alábbi hálózatot, amelynek válasza a bejelölt u feszültség. Milyen α esetén lesz stabilis a rendszer? (Bekapcsolási jelenség esetében a $\lim_{t\to\infty} u(t)$ határérték véges lesz.)



4. Számítsuk ki a feszültség időfüggvényét az alábbi esetben!



$R = 10\Omega$

$L = 0{,}1mH$

$U_0 = 10V$

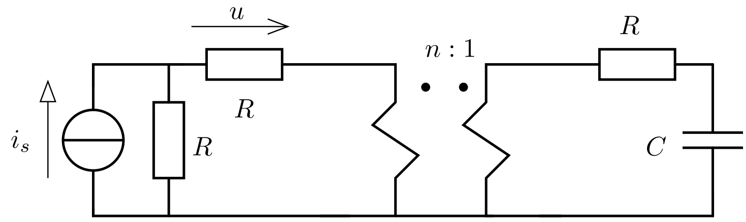
$T = 50\mu s$

A feszültségforrás feszültsége :

$$u_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ U_0 & 0 \le t \le T \\ 0 & t \ge T \end{cases}$$

---

5. Határozzuk meg a jelölt u feszültség időfüggését!



$$i_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ I_0 & t \ge 0 \end{cases}$$

Konvolúció alkalmazása

$$\text{általánosan : } \int_{-\infty}^{\infty} h(\xi) \cdot u(t-\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\xi) \cdot u(\xi) d\xi$$

$$\text{kauzális rendszer : } \int_{-0}^{\infty} h(\xi) \cdot u(t-\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{t} h(t-\xi) \cdot u(\xi) d\xi$$

$$\text{kauzális rendszer, belépő gerjesztés : } \int_{-0}^{\infty} h(\xi) \cdot u(t-\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{t} h(t-\xi) \cdot u(\xi) d\xi$$

$$\text{Dirac-delta összefüggés : } \int_{-\infty}^{t} \delta(\xi) d\xi = \varepsilon(t)$$

6. A folytonos idejű rendszer impulzusválasza $h(t) = 3\varepsilon(t) \cdot e^{-2t}$. Határozzuk meg a rendszer ugrásválaszát ($\varepsilon(t)$ gerjesztésre adott válaszát)! Számítsuk ki az $u(t) = 5\varepsilon(t) \cdot \exp(-4t)$ illetve az $u(t) = 5 \cdot t \cdot \varepsilon(t) \cdot \exp(-4t)$ gerjesztésre adott választ! Adjuk meg a nem-belépő $u(t) = 3 + 2\cos(5t)$ gerjesztésre adott választ!

---

7. Határozzuk meg az FI rendszer $\varepsilon(t)$, $\varepsilon(t)e^{-2t}$ illetve $\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)$ gerjesztésekre adott választ, ha a rendszer impulzusválasza

$$h(t) = 2\varepsilon(t) \cdot e^{-4t} + 1{,}5\delta(t)$$

---

8. Az alábbi másodrendű rendszer ugrásválasza

$$g(t) = \left(5 - 2e^{-4t} + 3e^{-2t}\right)\varepsilon(t).$$

Határozzuk meg a rendszer impulzusválaszát és $u(t) = 10\varepsilon(t) \cdot \sin(3t)$ gerjesztésre adott választ!