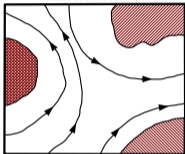


Nanoelektronikai



Szimulációs Laboratórium

# Komplex számok aritmetikája

## Számolás komplex számokkal

Reichardt, András

2020. április 30.

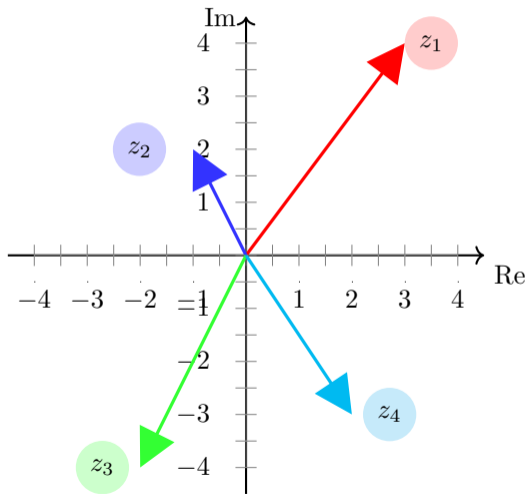
## 1 Komplex számok aritmetikája

- Néhány komplex szám
- Exponenciális alak
- Összeadás
- Kivonás
- Szorzás
- Osztás

# Néhány szám

Adott az alábbi négy komplex szám :

- ▶  $z_1 = 3 + 4j$
- ▶  $z_2 = -1 + 2j$
- ▶  $z_3 = -2 - 4j$
- ▶  $z_4 = 2 - 3j$

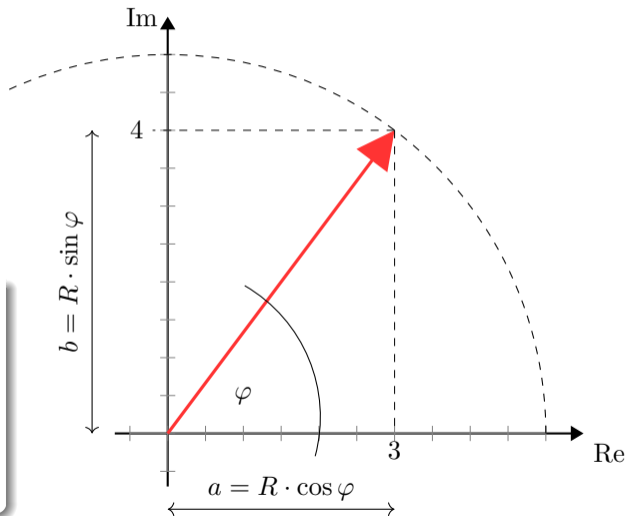


# Átváltás exponenciális alakba

A trigonometrikus és exponenciális alak közötti összefüggés

$$\begin{aligned} z &= a + b \cdot j = A \cdot e^{j\varphi} = \\ &= A \cdot \cos(\varphi) + j \cdot A \cdot \sin(\varphi) \end{aligned}$$

például :  $z = 3 + 4j$



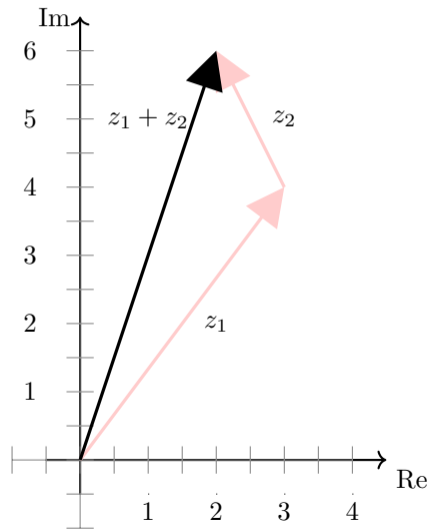
## Számpélda

$$\begin{aligned}z &= z_1 + z_2 = (a + b \cdot j) + (c + d \cdot j) = \\ &= (a + c) + j \cdot (b + d)\end{aligned}$$

Számpélda

$$z_1 = 3 + 4j \quad z_2 = -1 + 2j$$

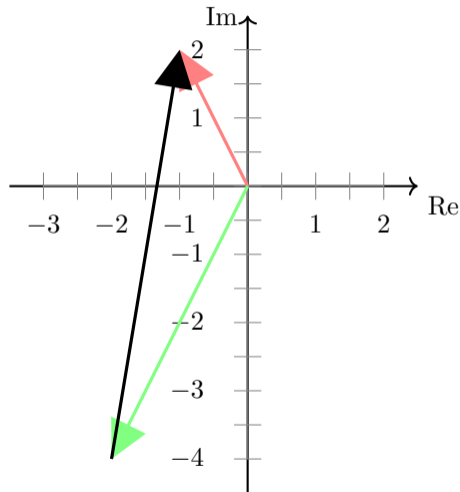
$$z_1 + z_2 = (3 + 4j) + (-1 + 2j) = (3 - 1) + (4 + 2)j = 2 + 6j$$



## Kivonás

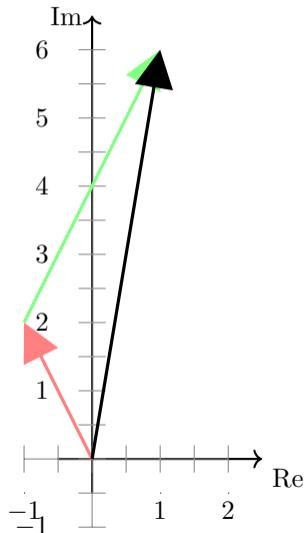
A kivonás során azt a  $\Delta z = z_2 - z_3$ -t keressük, amelyre  $z_2 = z_3 + \Delta z$  teljesül.

$$z_2 = -1 + 2j; \quad z_3 = -1 - 4j$$



## Kivonás

Ugyanaz másképpen (összeadás alapján,  
 $z_2 - z_3 = z_2 + (-z_3)$ ):  
piros :  $z_2$ , zöld :  $z_3$ , fekete :  $z_2 - z_3$

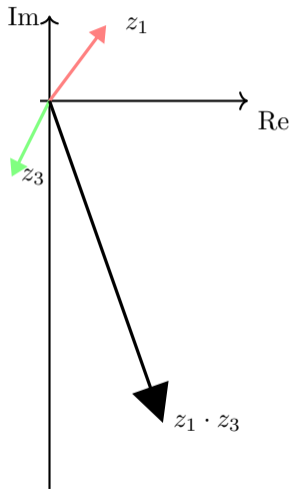


## Szorzás

$$\begin{aligned}
 z_A \cdot z_B &= (a + b \cdot j) \cdot (c + d \cdot j) = \\
 &= A_1 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot A_2 \cdot e^{j\varphi_2} = \\
 &= (A_1 \cdot A_2) \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}
 \end{aligned}$$

Számokkal :

$$\begin{aligned}
 z_1 \cdot z_4 &= 5 \cdot e^{j0,927} \cdot 3,606 \cdot e^{-j2,158} = \\
 &= 18,03 \cdot e^{-1,231j}
 \end{aligned}$$





## Osztás

$$\begin{aligned}
 z_A \cdot z_B &= (a + b \cdot j) \cdot (c + d \cdot j) = \\
 &= A_1 \cdot e^{j\varphi_1} / A_2 \cdot e^{j\varphi_2} = \\
 &= \frac{A_1}{A_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}
 \end{aligned}$$

Számokkal :

$$\begin{aligned}
 \frac{z_1}{z_4} &= \frac{3 + 4j}{2 - 3j} = \\
 &= \frac{5 \cdot e^{j0,927}}{3,6056 \cdot e^{-j0,983}} = \\
 &= -0,4615 + 1,3077j = 1,3868 \cdot e^{j1,91}
 \end{aligned}$$

