Szélessávú Hírközlés és Villamosságtan Tanszék
Antennák és EMC kutatócsoport
NES Laboratórium

Néhány példa zh előtt

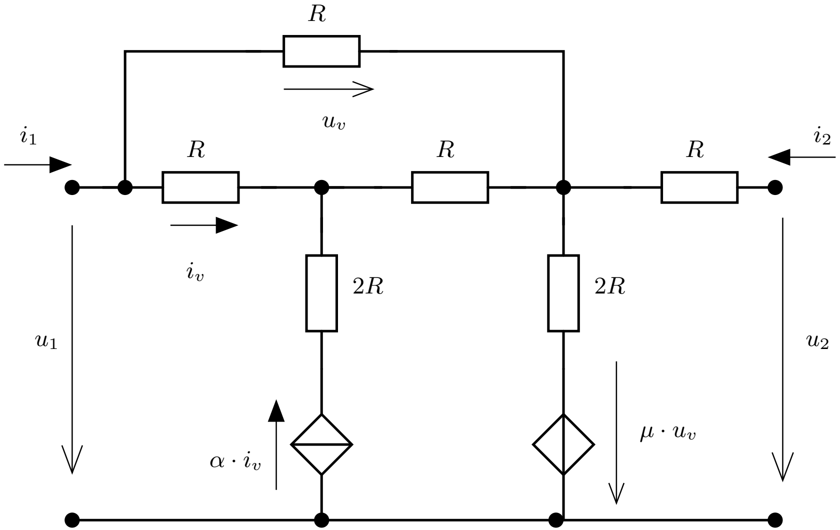
JR1 2023. tavasz. 7.hét

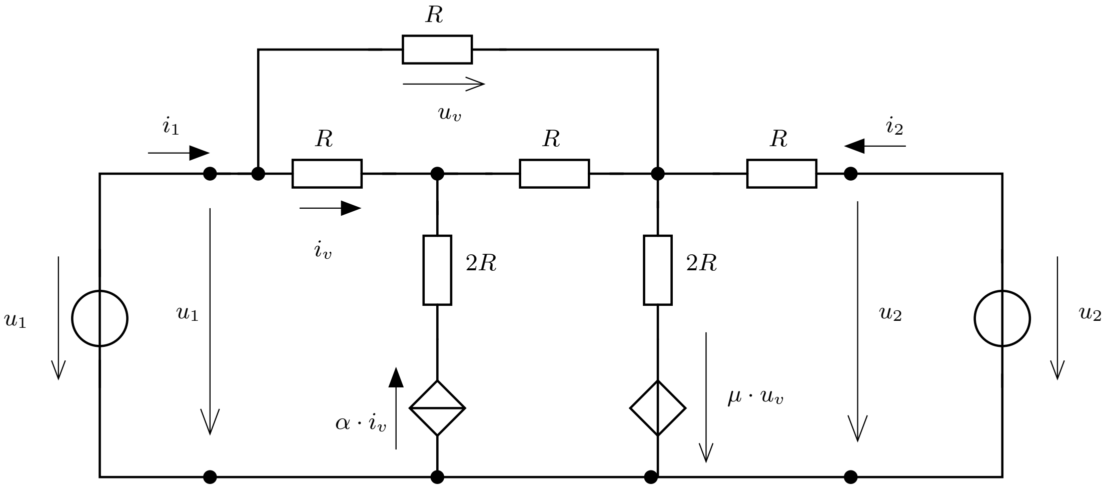
NES

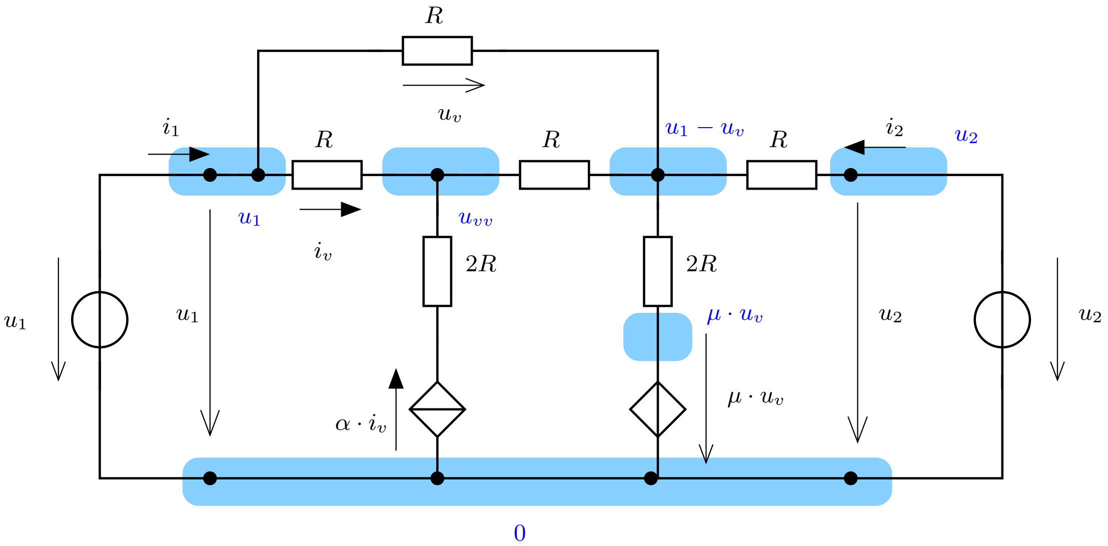
reichardt.andras@vik.bme.hu

Reichardt András | 2023. április 13.

Tekintsük az alábbi kétpólust! Határozzuk meg az admittancia mátrixát!




R
u_v
i_1
R
R
R
i_2
i_v
$2R$
$2R$
u_1
u_1
u_2
u_2
$\mu \cdot u_v$
$\alpha \cdot i_v$


R
u_v
i_1
R
R
$u_1 - u_v$
R
i_2
u_2
u_1
u_{vv}
i_v
$2R$
$2R$
u_1
u_1
$\mu \cdot u_v$
u_2
u_2
$\mu \cdot u_v$
$\alpha \cdot i_v$
0

- ismeretlenek : $i_1, i_2, u_v, u_{vv}, i_v$ - 5 db
- források : u_1 és u_2
- 4 csomóponti egyenlet írható fel és a vezérlő áramra is egy kényszerfeltétel
- a vezérelt áramforrás felső csomópontjának nem csomóponti potenciált választanunk, mert az áramforrás "elintézi" az egyenletet

Az egyenletek (nem rendezett) alakja :

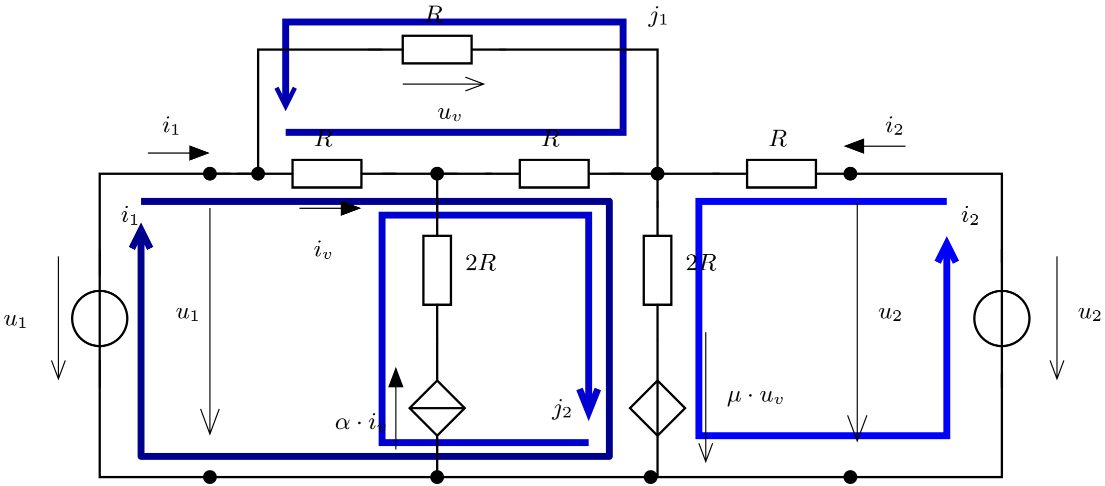
$$-i_1 + \frac{u_1 - u_{vv}}{R} + \frac{u_v}{R} = 0$$

$$-i_2 + \frac{u_2 - (u_1 - u_v)}{R} = 0$$

$$-i_2 + \frac{u_1 - u_v - \mu u_v}{2R} + \frac{u_1 - u_v - u_{vv}}{R} + \frac{-u_v}{R} = 0$$

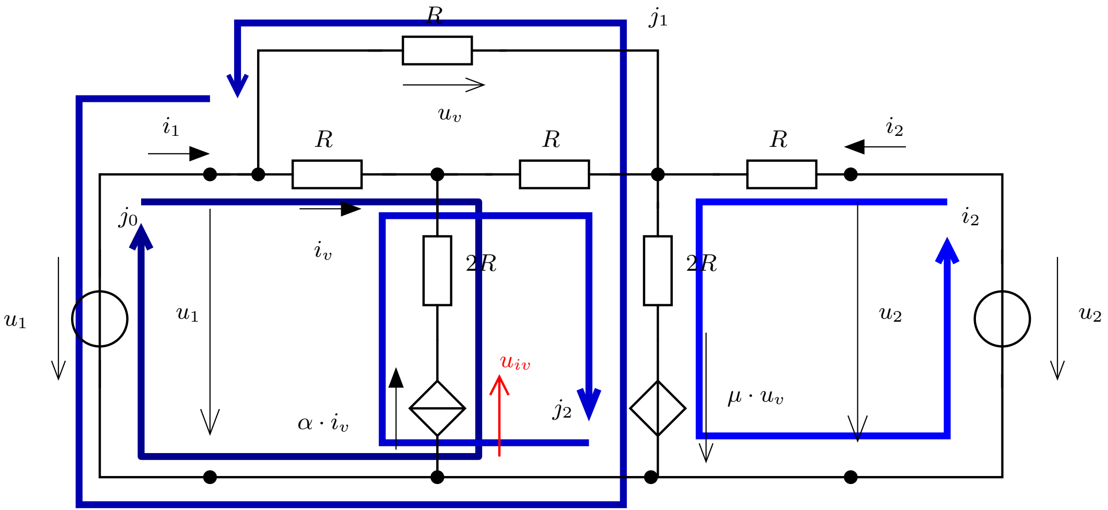
$$-\alpha \cdot i_v + \frac{u_{vv} - u_1}{R} + \frac{u_{vv} - (u_1 - u_v)}{R} = 0$$

$$i_v = \frac{u_1 - u_{vv}}{R}$$


R
j_1
u_v
i_1
R
R
R
i_2
i_1
i_v
2R
2R
i_2
u_1
u_1
u_2
u_2
$\mu \cdot u_v$
j_2
$\alpha \cdot i_v$

- jól vesszük fel a hurkokat, ha i_1 és i_2 egyben hurokáram is
- vezérelt forrásnál is figyelünk, hogy csak egyetlen hurok haladjon keresztül
- ismeretlenek : $i_1, i_2, i_v, u_v, j_1, j_2$ - 6 db
- 4 egyenlet a hurkok alapján + 2 kényszeregyenlet (i_v, u_v meghatározása)

$$\begin{aligned}(i_1 + j_1)R + R(i_1 + j_1 + j_2) + 2R \cdot (i_1 + j2 + i_2) + \mu \cdot u_v - u_1 &= 0\\ -u_2 + R \cdot i_2 + 2R \cdot (i_2 + i_1 + j_2) + \mu \cdot u_v &= 0\\ R(j_1 + i1) + R(i_1 + i_1 + j_2) + R \cdot j_1 &= 0\\ j_2 &= \alpha \cdot i_v\\ i_v &= i_1 + j_1\\ u_v &= -j_1 \cdot R\end{aligned}$$


R
j1
uv
i1
R
R
R
i2
j0
iv
2R
2R
i2
u1
u1
u2
u2
uiv
α · iv
j2
μ · uv

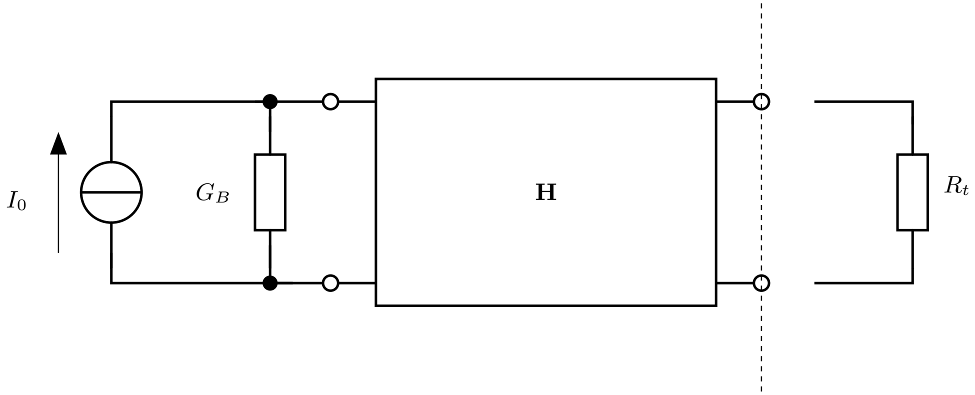
- ügyetlenül vettük fel a hurokrendszert, a független és vezérelt áramforrásokon több hurok halad keresztül
- következmény : be kell vezetni u_{iv} feszültséget (i_1 feszültségét már bevezettük!)
- ismeretlenek : $j_0, j_1, j_2, i_1, i_2, u_v, i_v, u_{iv}$ - 8 db
- 4 hurokegyenlet + 2 kényszer (u_v, i_v) + 2 kényszer áramokra (i_1, $\alpha \cdot i_v$)

$$
\begin{aligned}
j_0 \cdot R + 2R \cdot (j_0 - j_2) - u_{iv} - u_1 &= 0 \\
u_2 - \mu \cdot u_v + 2R \cdot (j_1 - j_2 - i_2) + R \cdot j_1 &= 0 \\
u_{iv} + 2R \cdot (j_2 - j_0) + R \cdot j_2 + 2R \cdot (j_2 + i_2 - j_1) + \mu \cdot u_v &= 0 \\
R \cdot i_2 + 2R \cdot (i_2 + j_2 - j_1) + \mu \cdot u_v - u_2 &= 0 \\
u_v &= -j_1 \cdot R \\
i_v &= j_0 \\
\alpha \cdot i_v &= j_2 - j_0 \\
i_1 &= j_0 - j_1
\end{aligned}
$$

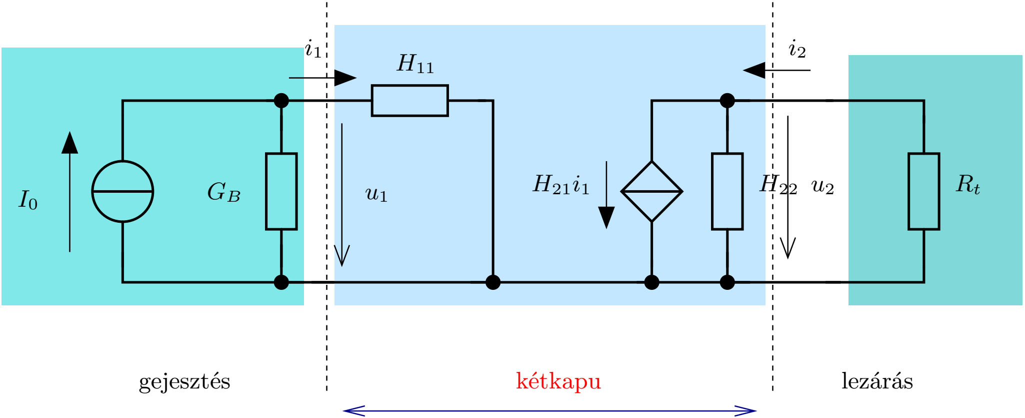
Tekintsük a H hibrid karakterisztikájával adott kétkaput, amelynél

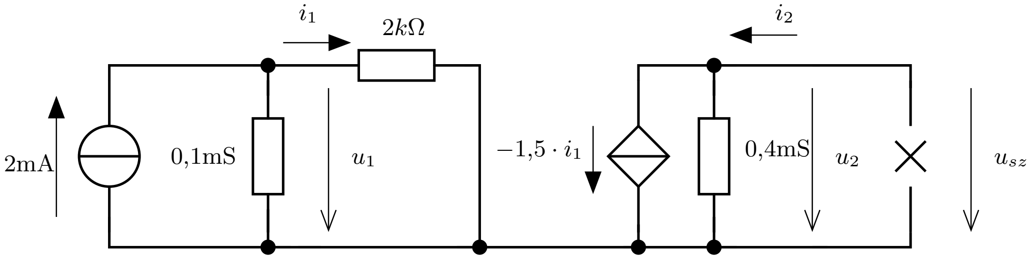
$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 2k\Omega & 0 \\ -1{,}5 & 0{,}4mS \end{pmatrix}$$

Határozzuk meg a szekunder oldalon kivehető maximális teljesítményt, ha a primer oldalon egy áramgenerátorral (2 mA, 0,1 mS) zárjuk le!



Alkalmazzuk a hibrid karakterisztikára vonatkozó természetes helyettesítő kapcsolást, figyelembe véve a zérus elem hatását!





primer oldalon :

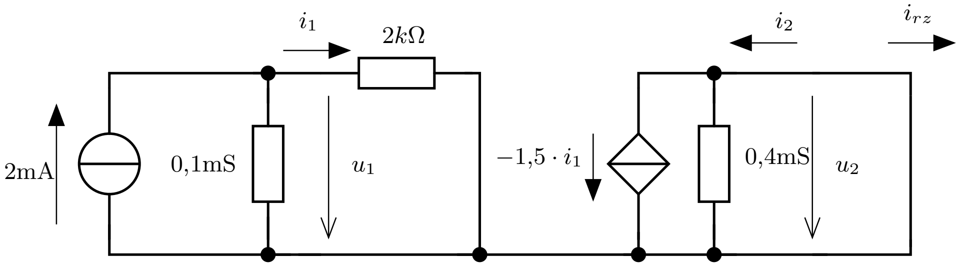
$$u_1 = 2k\Omega \cdot i_1 \text{ és } -2 + i_1 + 0{,}1 \cdot u_1 = 0$$

$$i_1 = \frac{2}{1 + 0{,}1 \cdot 2} = \frac{5}{3} mA$$

szekunder oldalon :

$$u_{sz} = u_2 = -(-1{,}5 i_1) \cdot \frac{1}{0{,}4mS} = 1{,}5 \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{0{,}4} = 6{,}25V$$

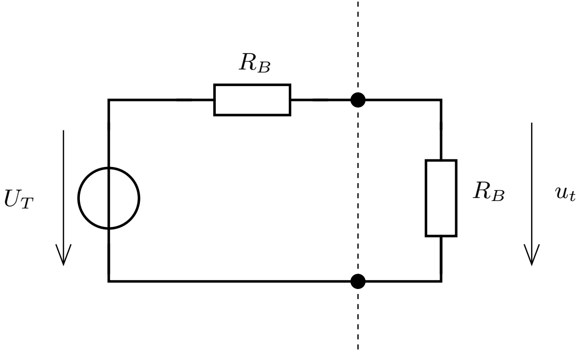
$$\boxed{U_T = 6{,}25V}$$



primer oldalon azonos mint az előző (mert $H_{12} = 0$, nincsen visszahatás a kimenetről)
szekunder oldalon :

$$i_{rz} = 1{,}5 \cdot i_1 = 2{,}5mA$$

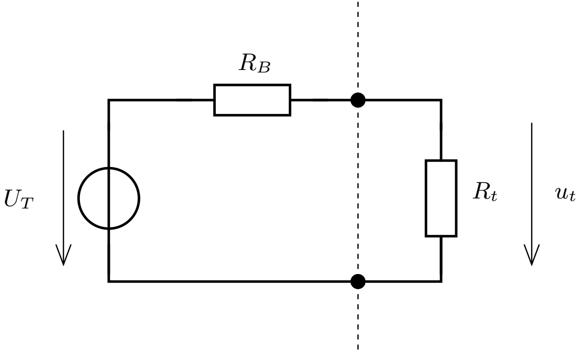
$$\boxed{I_N = -i_{rz} = -2{,}5mA}$$



$$\text{belső ellenállás}:\ R_B = \frac{U_T}{-I_N} = \frac{6{,}25V}{2{,}5mA} = 2{,}5k\Omega$$

$$\text{lezárás}:\ R_t = R_B = 2{,}5k\Omega$$

$$\text{maximális teljesítmény}:\ \boxed{P_{max} = \frac{U_T^2}{4 \cdot R_B} = 3{,}90625\ mW}$$



Ellenőrizhető a kapott eredmény, ha kiszámítjuk az általánosan lezárt kétkapu esetében $R_t = R_B$-t!

$$\text{Ekkor } u_t = u_2 = -1{,}5 \cdot i_1 \cdot \left(\frac{1}{0{,}4mS} \times 2{,}5k\Omega \right) = 3{,}125V$$

$$\text{ami alapján a keresett teljesítmény : } P_t = \frac{3{,}125^2}{2{,}5} = 3{,}90625mW$$

A helyettesítő generátor helyett az eredeti elrendezésbe helyettesítve is hasonló eredményt kapunk.

Általános (R_t) lezárást tekintve, megoldhatjuk a problémát az egyenletek felől nézve is. Ekkor a primer oldali áramgenerátoros lezárás egy határfeltételnek tekinthető, egy egyenlet képében. A szekunder oldali lezárás határfeltétele az u_2, i_2 mennyiségeket köti össze.

$$\left.\begin{aligned} -I_0 + G_B \cdot u_1 + i_1 &= 0 \\ u_1 &= H_{11} \cdot i_1 + H_{12} \cdot u_2 \\ i_2 &= H_{21} \cdot i_1 + H_{22} \cdot u_2 \\ u_2 &= -R_t \cdot i_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \qquad \begin{pmatrix} G_B & 1 & \cdot & \cdot \\ 1 & -H_{11} & -H_{12} & \cdot \\ \cdot & -H_{21} & -H_{22} & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 & R_t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \\ u_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}$$

Ha a speciális eseteket tekintjük, akkor csak az utolsó sor fog változni a lezárástól függően.