Gyakorló feladatok a JR1 anyagához
Számítógéppel segített megoldás

Reichardt, András

2023. május 10.

Tartalomjegyzék

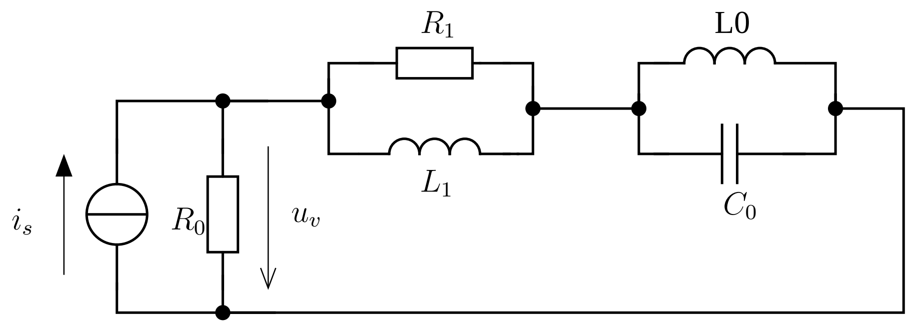
1. Dinamikus hálózatok megoldása számítógéppel

1.1. VO287 - Párhuzamos LC-tag

A feladat nagyrészét a V.8-i gyakorlaton mutattam be/mondtam el. Kiegészítéseket tettem a szinuszos megoldásra vonatkozóan.

1.1.1. Feladat

Tekintsük az alábbi hálózatot! A hálózatban szereplő áramforrás árama a gerjesztés, a bejelölt feszültség a válasz. Az u_v feszültség lényegében Norton forrás kimeneti feszültsége.



A hálózati elemek paraméterei : $R_0 = 1k\Omega$, $R_1 = 10k\Omega$, $L_1 = 2$ mH; $L_0 = 0{,}1$ mH; $C_0 = 2$ nF.

Határozzuk meg az alábbi gerjesztések esetén a hálózat válaszát!

- $i_s = I_0 \cdot \varepsilon(t)$ (ugrásválasz jellegű megoldás)
- $i_s = I_0 \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - T))$, ahol $T = 40$
- $i_s = I_0 \cdot \cos(\Omega t)$, ahol $\Omega = 5$ Mrad/s (belépő szinuszos gerjesztés)

1.1.2. Állapotváltozós leírás meghatározása és a sajátértékek

Vegyünk fel állapotváltozókat! Legyenek az állapotváltozók a kondenzátor feszültsége (u_0), a párhuzamos LC-tag tekercsének árama (i_0) és a másik tekercs árama (i_1)! Az állapotváltozók vektorában is ebben a sorrendben írjuk fel őket!

A keresett ismeretlenek (formálisan külön változónak tekintve a deriváltakat) az alábbiak : u_0', i_0', i_1' és u_v

A két áramtörvény mellett a tekercsek miatt a csomóponti potenciálok között is felírhatóak összefüggések, formálisan ezek alapján írható fel a tekerecsek áramának deriváltjára vonatkozó összefüggések.

$$\left.\begin{aligned} -i_s + \frac{u_v}{R_0} + \frac{u_v - u_0}{R_1} + i_1 &= 0 \\ -i_1 + \frac{u_0 - u_v}{R_1} + C_0 \cdot u_0' + i_0 &= 0 \\ u_0 &= L_0 \cdot i_0' \\ u_v - u_0 &= L_1 \cdot i_1' \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Innen rendezés után adódik, hogy

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}u_0\\ i_0\\ i_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{C_0(R_0+R_1)} & -\frac{1}{C_0} & \frac{R_1}{C_0(R_0+R_1)}\\ \frac{1}{L_0} & 0 & 0\\ -\frac{R_1}{L_1(R_0+R_1)} & 0 & -\frac{R_0R_1}{L_1(R_0+R_1)}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_0\\ i_0\\ i_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{R_0}{C_0(R_0+R_1)}\\ 0\\ \frac{R_0R_1}{L1(R_0+R_1)}\end{pmatrix} \tag{2}$$

és

$$u_v=\begin{pmatrix}\frac{R_0}{R_0+R_1} & 0-\frac{R_0R_1}{R_0+R_1}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_0\\ i_0\\ i_1\end{pmatrix}+\frac{R_0R1}{R_0+R_1}\cdot i_s \tag{3}$$

A hálózati paraméterek alapján az alkalmazott koherens egységrendszer az alábbi :

$$k\Omega, mA, V, mH, \mu s, nF, \mathrm{Mrad/s}$$

A paraméterek fenti egységrendszerben adott értékeivel az állapotváltozós leírás :

$$\begin{gathered}\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}u_0\\ i_0\\ i_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{22} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{11}\\ 10 & 0 & 0\\ -\frac{5}{11} & 0 & -\frac{10}{11}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_0\\ i_0\\ i_1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\frac{1}{22}\\ 0\\ \frac{5}{11}\end{pmatrix}\\ u_v=\begin{pmatrix}-\frac{1}{11} & 0 & -\frac{10}{11}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}u_0\\ i_0\\ i_1\end{pmatrix}+\frac{10}{11}\cdot i_s\end{gathered} \tag{4}$$

A sajátértékek meghatározása a (szokásos módon) az A mátrix sajátértékeinek meghatározását jelenti, azaz [1]

$$\det\left\{\mathbf{A}-\lambda\cdot\mathbf{I}\right\}=\begin{vmatrix}-\frac{1}{22}-\lambda & -\frac{1}{2} & \frac{5}{11}\\ 10 & -\lambda & 0\\ -\frac{5}{11} & 0 & -\frac{10}{11}-\lambda\end{vmatrix}=0$$

Programkód 1. A sajátértékek és sajátvektorok meghatározása.

```
A = [-1/22 -1/2 5/11;10 0 0;-5/11 0 -5/11]
[m,la] = eig(A)
la1 = la(1,1);
la2 = la(2,2);
la3 = la(3,3);
m1 = m(:,1);
m2 = m(:,2);
m3 = m(:,3);
```

Ennek eredményeképpen :

$$\lambda_1=-0.0315+2.2801j; \lambda_2=-0.0315-2.2801j; \lambda_3=-0.4371$$

A sajátértékek közül az egyik "tisztán" valós, a másik kettő pedig konjugált gyökpárt alkot.

[1] A **I** az egységmátrix-ot jelenti, azaz olyan mátrix, amelynek nemzérus elemei a főátlóban található 1-ek! Szokták még **E** módon is jelölni.

1.1.3. Ugrásfüggvény gerjesztés

Gerjesztett összetevő Ugrás jellegű gerjesztés esetében a gerjesztett összetevő konstans lesz (hasonló a gerjesztéshez). Ezért az állapotváltozók vektora :

$$\mathbf{x}_g = \begin{pmatrix} U_0 \\ I_0 \\ I_1 \end{pmatrix} = \mathbf{X}$$

amelyek oly módon értelmehetőek, hogy a kondenzátor feszültsége U_0 , a két tekercs árama pedig I_0 és I_0 lesz a gerjesztés bekapcsolása után hosszú idővel (a tranziens lezajlása után).

Az $\mathbf{x}_g$ meghatározásához a (már csak a) gerjesztett összetevőt tartalmazó állapotváltozós egyenletbe kell a próbafüggvényt helyettesíteni (az állandó deriváltja zérus):

$$\mathbf{x}'_g = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_g + \mathbf{B} \cdot i_s$$

ami alapján ($\mathbf{x}'_g = 0$ miatt)

$$0 = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot I_0 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = -\mathbf{B} \cdot I_0}$$

Ennek kiszámítása [2]

```
xg = A \ (-B*I0)
```

Kezdeti érték Az ugrásjellegű gerjesztés belépő és korlátos gerjesztés, ezért az állapotváltozók értéke $t = 0$ esetén zérus. A megoldás teljes alakja

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^{3} \mathbf{m}_i k_i \exp(\lambda_i t) + \mathbf{X} \tag{5}$$

ahol $\mathbf{m}_i$ az i-dik sajátértékhez (λ_i) tartozó sajátvektor, k_i az (egyenlőre még) ismeretlen konstans.

A $t = 0$ pillanatban a megoldás teljes alakjának is a kezdeti értéket kell adnia, ezért

$$0 = \mathbf{m}_1 \cdot k_1 + \mathbf{m}_2 \cdot k_2 + \mathbf{m}_3 \cdot k_3 + \mathbf{X} \tag{6}$$

ahol az $\exp(\lambda_i t)$ kifejezések $t = 0$-beli értékét (1) is felhasználtuk. Ez az ismeretlen k_i együtthatókra nézve egy lineáris egyenletrendszer.

A megoldandó (lineáris) egyenletrendszer felírható az alábbi alakban

$$\mathbf{m} \cdot \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = -\mathbf{X} \tag{7}$$

Programkód 2. Kezdeti érték érvényesítése, k értékek meghatározása

```
k = m \ (-xg)
k1 = k(1);
k2 = k(2);
k3 = k(3);
```

[2] Matematikailag $\mathbf{X}$ a gerjesztett összetevő, de a MATLAB számára az **xg** alkalmazása célszerűbb.

Teljes megoldás felírása A teljes megoldás felírható a korábbiak alapján "egyszerű" behelyettesítéssel.

$$y = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{x} + D \cdot u = \mathbf{C}^T \cdot \left(\mathbf{m}_1 k_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \mathbf{m}_2 k_2 \cdot e^{\lambda_2 t} + \mathbf{m}_3 k_3 \cdot e^{\lambda_3 t} + \mathbf{x}_g \right) + D \cdot I_0$$

Ami felírható

$$y(t) = \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{m}_1 \cdot k_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{m}_2 \cdot k_2 \cdot e^{\lambda_2 t} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{m}_3 \cdot k_3 \cdot e^{\lambda_3 t} + \mathbf{C}^T \cdot \mathbf{x}_g + D \cdot I_0$$

$$y(t) = y_{e1} \cdot e^{\lambda_1 t} + y_{e2} \cdot e^{\lambda_2 t} + y_{e3} \cdot e^{\lambda_3 t} + y_c$$

ahol y_{e1}, y_{e2}, y_{e3} az exponenciális tagok együtthatói, y_c a konstans összetevő értéke.
A MATLAB-os megvalósítása látható a listán. [3]

Programkód 3. Teljes megoldás kiszámítása és ábrázolása

```
ye1 = CT*m1*k1;
ye2 = CT*m2*k2;
ye3 = CT*m3*k3;
yc = CT*xg+D*I0;
t = 0:0.001:40;
y = stepfun(t,0).*(ye1*exp(la1*t)+ye2*exp(la2*t)+ye3*exp(la3*t)+yc);
figure; plot(t,y,'k-','LineWidth',2);
xlabel('t'); ylabel('y');
```

Kiegészítés komplex sajátértékek esetére Ha van két komplex sajátérték, akkor a hozzájuk tartozó k_i és k_{i+1} értékek is komplexek lesznek és egymás konjugáltjai. Tekinstük most csak ezt a két tagot a teljes megoldásból!

A sajátértékek $\lambda_p = \alpha + j\Omega$ és $\lambda_{p+1} = \alpha - j\Omega$, konjugált komplex párt alkotnak. A k_p és $!k_{p+1}$ is egymás konjugáltja lesz (mert végül valós értékű kell legyen a szorzat, amely csak ezen esetben teljesül).[4]

$$k_p \cdot e^{\lambda_p t} + k_{p+1} \cdot e^{\lambda_2 t} = Pe^{j\varrho} \cdot e^{(\alpha + j\Omega)t} + Pe^{-j\varrho} \cdot e^{(\alpha - j\Omega)t}$$

$$P \cdot e^{\alpha t} \cdot \left(e^{j\Omega t} e^{j\varrho} + e^{-j\Omega t} e^{-j\varrho} \right)$$

Az házikós összefüggés alapján a zárójelen belüli kifejezés átírható

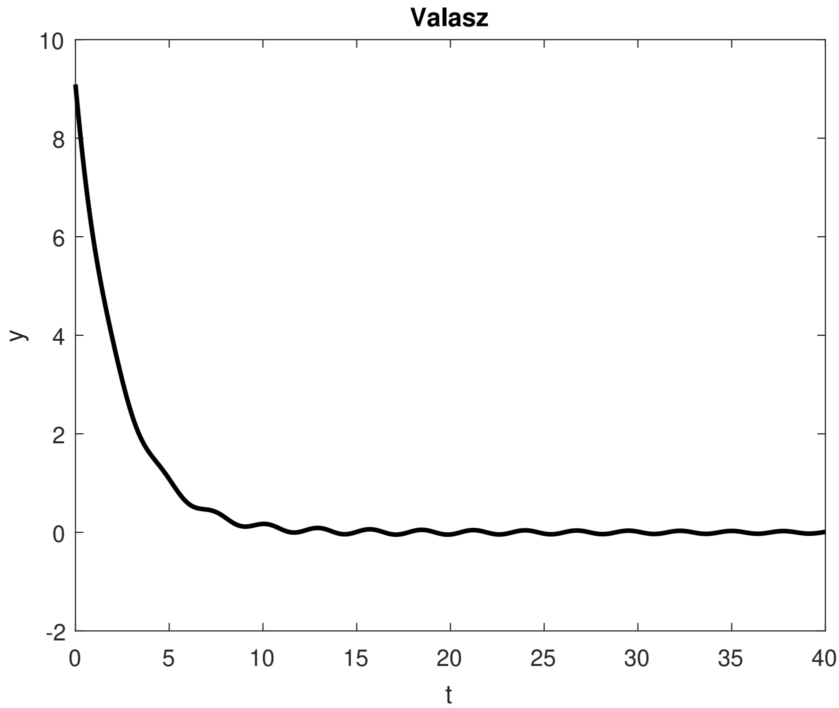
$$P \cdot e^{\alpha t} \cdot 2 \cos\left(\Omega t + \varrho\right)$$

tisztán valós alakra.

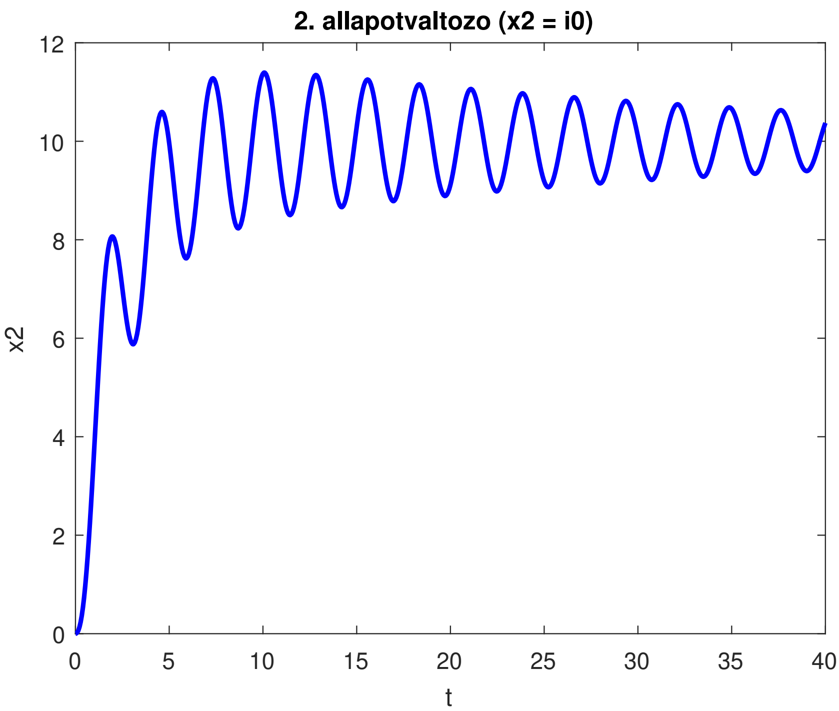
[3] Az egyetlen eddig ismeretlen függvény a `stepfun`, amely az $\varepsilon(t)$ megvalósítása.
Az `et=stepfun(t,T);` egy `t`-vel megegyező dimenziójú `et` változót ad vissza, amely az adott helyen 1 értékű lesz, ha t értéke ott nagyobb T-nél. Tulajdonképpen $\varepsilon(t - T)$ megvalósítását jelenti.

[4] A triviális (minden zérus) esetben is teljesül, de az nem értelmes megoldás ebben az esetben.

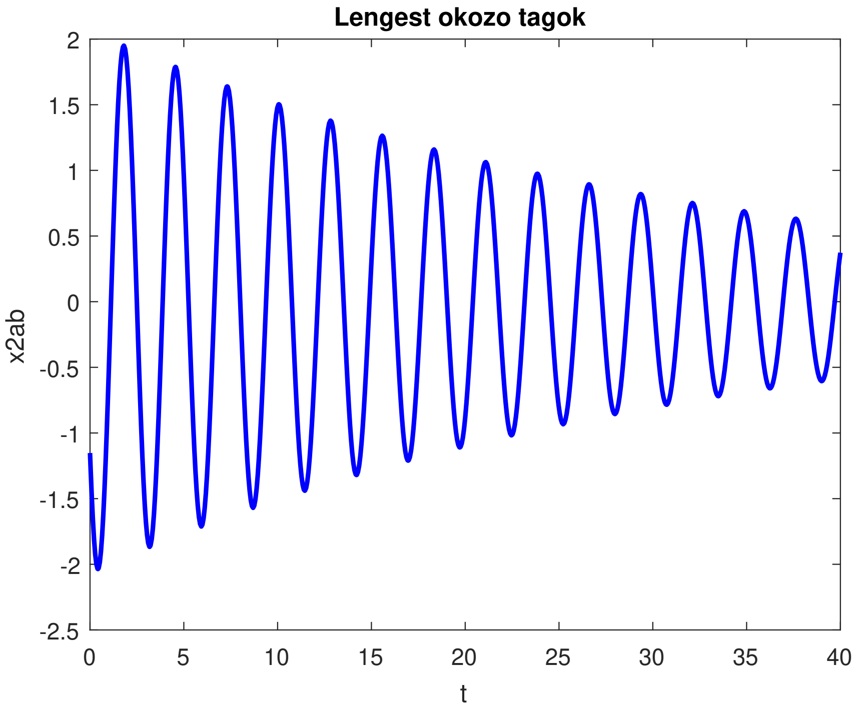
Eredmények A teljes megoldás ábrázolva az alábbi ábrán látható.



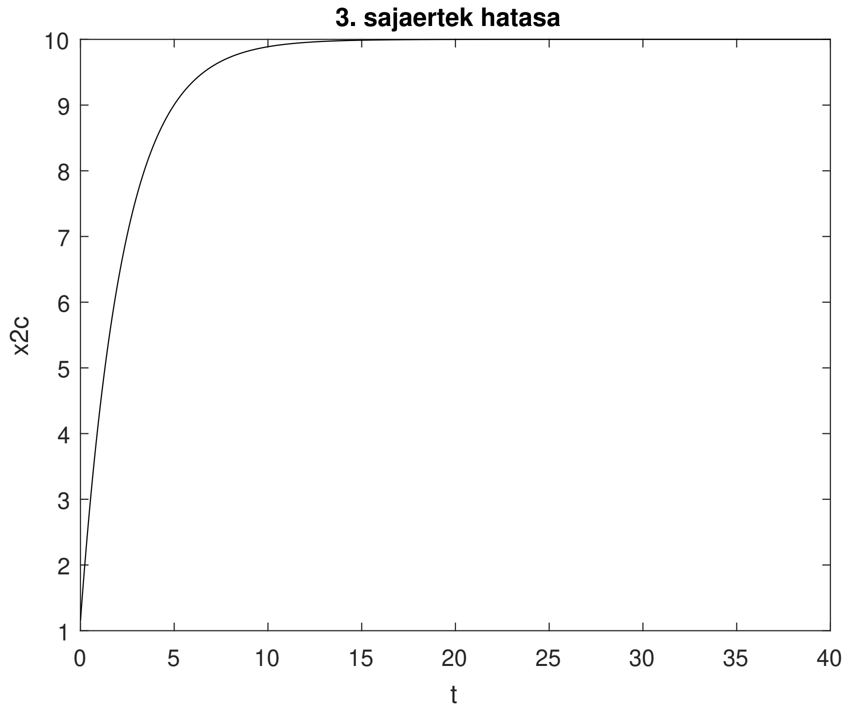
A 2. állapotváltozót (az L_0 induktivitás árama) külön ábrázolva jobban látszik a lengő jellegű sajátértékek hatása.



Az i_0 teljes kifejezésén belül csak a komplex sajátértékekhez tartozó válasz.



Az állapotváltozó maradék részének hatása.



1.1.4. Eltolást is tartalmazó gerjesztés

A gerjesztés alakja most

$$i_s(t) = I_0 \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T))$$

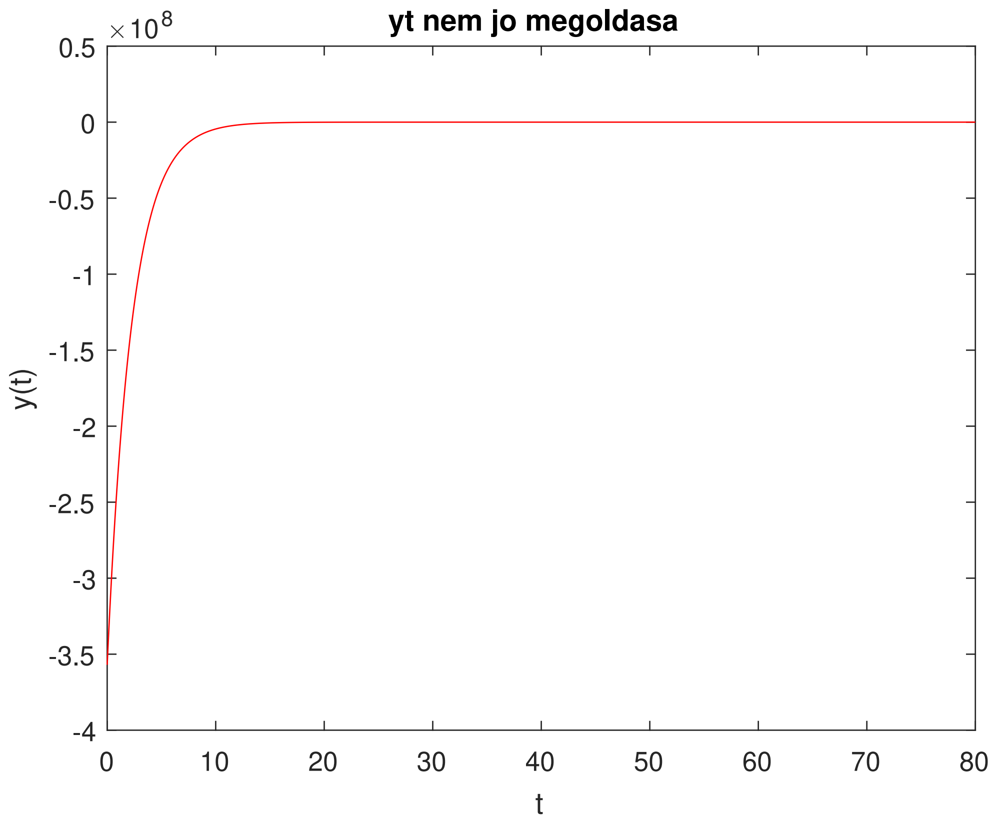
A megoldáshoz felhaszáljuk a rendszer időbeli invarianciáját. Ismerjük (előző feladat) az $I_0\varepsilon(t)$ gerjesztésre adott választ. Ennek segítségével előállítjuk a mostani gerjesztés esetére a választ.

$$i_s = I_0\varepsilon(t) \longrightarrow y_0(t) \text{ akkor } I_0 \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t-T)) \longrightarrow \boxed{y_0(t) - y_0(t-T)}$$

A MATLAB-on belül létrehozunk egy függvényt, amely visszaadja az $y_0(t)$ értékét.

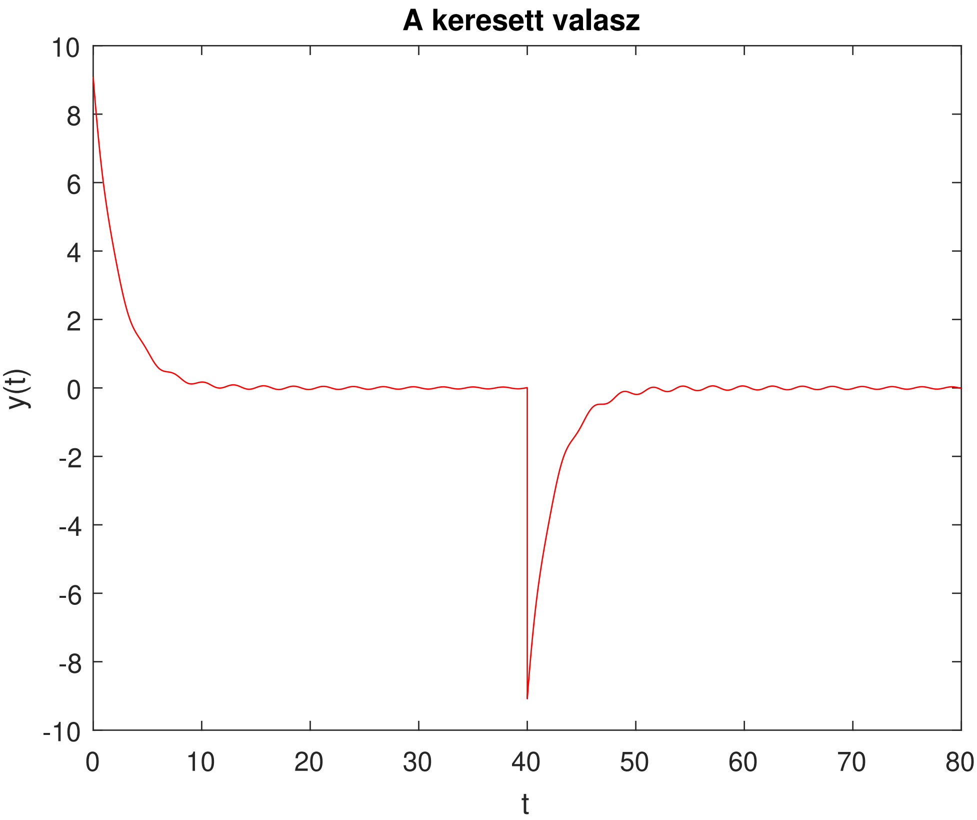
```
yt = @(t,T) stepfun(t,T).*(ye1*exp(la1*(t-T))+ye2*exp(la2*(t-T))+ye3*exp
    (la3*(t-T))+yk);
```

Sokféle módon el lehet tévelyedni, amelynek eredménye pl. az alábbi ábra lehet (ami nyilvánvalóan rossz) (pl. a t-T kimarad az exponenciális függvények argumentumából).



Ha a fenti függvényt alkalmazzuk, amely az alábbi összefüggéssel dolgozik, akkor a lenti (helyes) ábrát kapjuk.

$$y(t) = \varepsilon(t-T) \cdot \left(y_{e1} \cdot e^{\lambda_1 t} + y_{e2} \cdot e^{\lambda_2 t} + y_{e3} \cdot e^{\lambda_3 t} + y_k\right)$$



1.1.5. Belépő szinuszos gerjesztés

A legbonyolultabb gerjesztések egyike a belépő szinuszos gerjesztés. A forrásmennyiség legyen

$$i_s(t) = I_0 \cdot \varepsilon(t) \cdot \cos(\Omega \cdot t)$$

ahol Ω a gerjesztés (kör)frekvenciája. A gerjesztett válasz ebben az esetben sin és cos tagokat is kell, hogy tartalmazzon.

$$\mathbf{x}_g = \mathbf{P}_c \cdot \cos(\Omega t) + \mathbf{P}_s \cdot \sin(\Omega t) \tag{8}$$

Az együtthatókat a gerjesztett összetevőre felírt állapotváltozós egyenlet alapján fogjuk megkapni.

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}_g = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_g + \mathbf{B} \cdot u \tag{9}$$

Felhasználjuk a próbafüggvény deriváltját, azaz

$$\mathbf{x}_g = -\Omega \cdot \mathbf{P}_c \cdot \sin(\Omega t) + \Omega \cdot \mathbf{P}_s \cos(\Omega t) \tag{10}$$

Behelyettesítjük (10)-t és (8)-t (9)-be. Majd az egyenlet mindkét oldalán a $\sin(\Omega t)$ és $\cos(\Omega t)$ együtthatóit egyenlővé téve az alábbi egyenletrendszert kapjuk :

$$\left.\begin{aligned} -\Omega\mathbf{P}_c &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_c \\ \Omega \cdot \mathbf{P}_s &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{P}_c + \mathbf{B} \cdot I_0 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \Omega\mathbf{E} \\ -\Omega\mathbf{E} & \mathbf{A} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{P}_s \\ \mathbf{P}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mathbf{B}I_0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

```
OM1 = 5;
PCS = [A OM1*eye(3);-OM1*eye(3) A] \ [zeros(3,1);-B*I0]
% szinuszos egyutthatok
PS = PCS(1:3)
% koszinuszos egyutthatok
PC = PCS(4:6)
```

Az állapotváltozók kezdeti értéke zérus, mert belépő és korlátos a gerjesztés. A gerjesztett összetevőben a sin-os tag zérus ($t = 0$), míg a cos-os tag 1. Ezáltal az egyenletrendszer

$$0 = \mathbf{m}_1 \cdot k_1 + \mathbf{m}_2 \cdot k_2 + \mathbf{m}_3 \cdot k_3 + \mathbf{P}_c$$

azaz

$$\underline{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{k} = -\mathbf{P}_c$$

A teljes megoldás pedig :

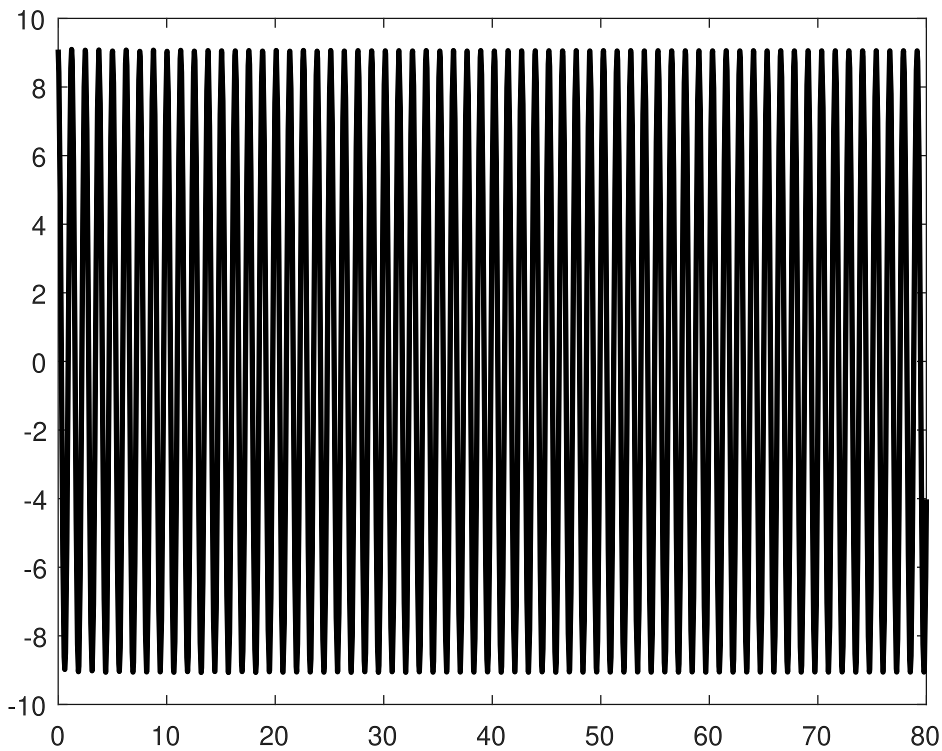
$$x(t) = \sum_{i=1}^{3} \mathbf{m}_i \cdot k_i \cdot e^{\lambda_i t} + \mathbf{P}_c \cdot \cos(\Omega t) + \mathbf{P}_s \cdot \sin(\Omega t)$$

$$y(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{m}_1 k_1 e^{\lambda_1 t} + \mathbf{C}^T \mathbf{m}_2 k_2 e^{\lambda_2 t} + \mathbf{C}^T \mathbf{m}_3 k_3 e^{\lambda_3 t} + \mathbf{C}^T \mathbf{P}_c \cos(\Omega t) + \mathbf{C}^T \mathbf{P}_s \sin(\Omega t) + D \cdot I_0 \cos(\Omega t)$$

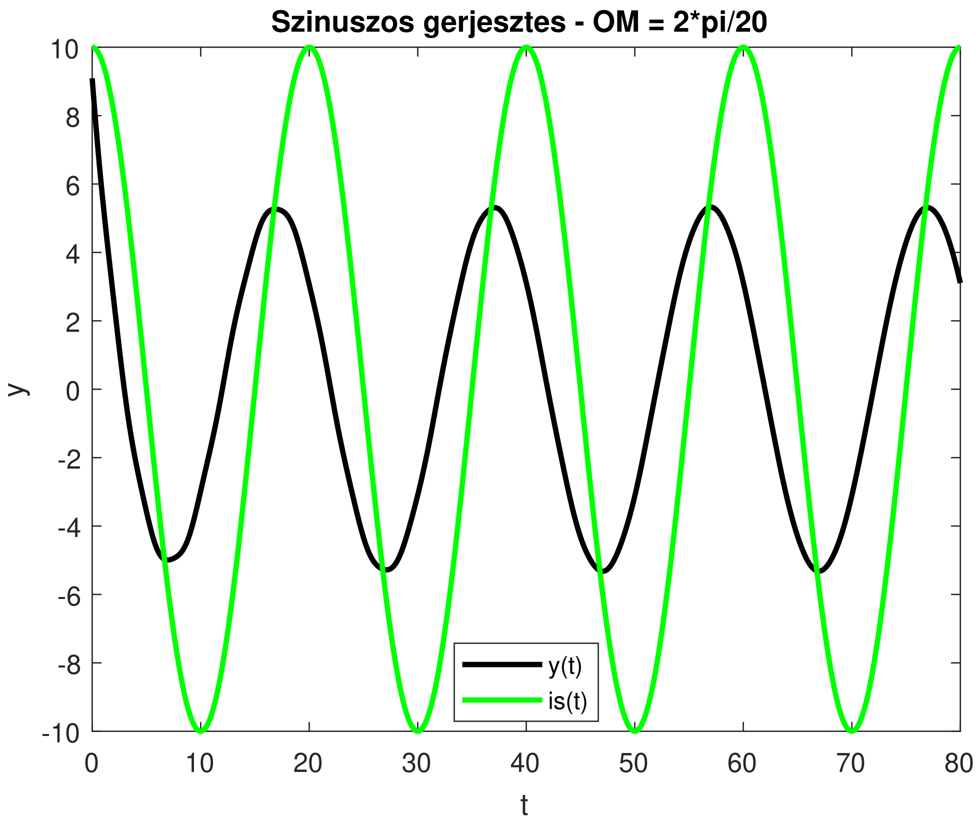
átírva az alábbi alakot ($y_c = \mathbf{C}^T \mathbf{P}_c + D I_0$, $y_s = \mathbf{C}^T \mathbf{P}_s$)

$$y(t) = y_{e1} \cdot e^{\lambda_1 t} + y_{e2} \cdot e^{\lambda_2 t} + y_{e3} \cdot e^{\lambda_3 t} + y_c \cdot \cos(\Omega t) + y_s \cdot \sin(\Omega t)$$

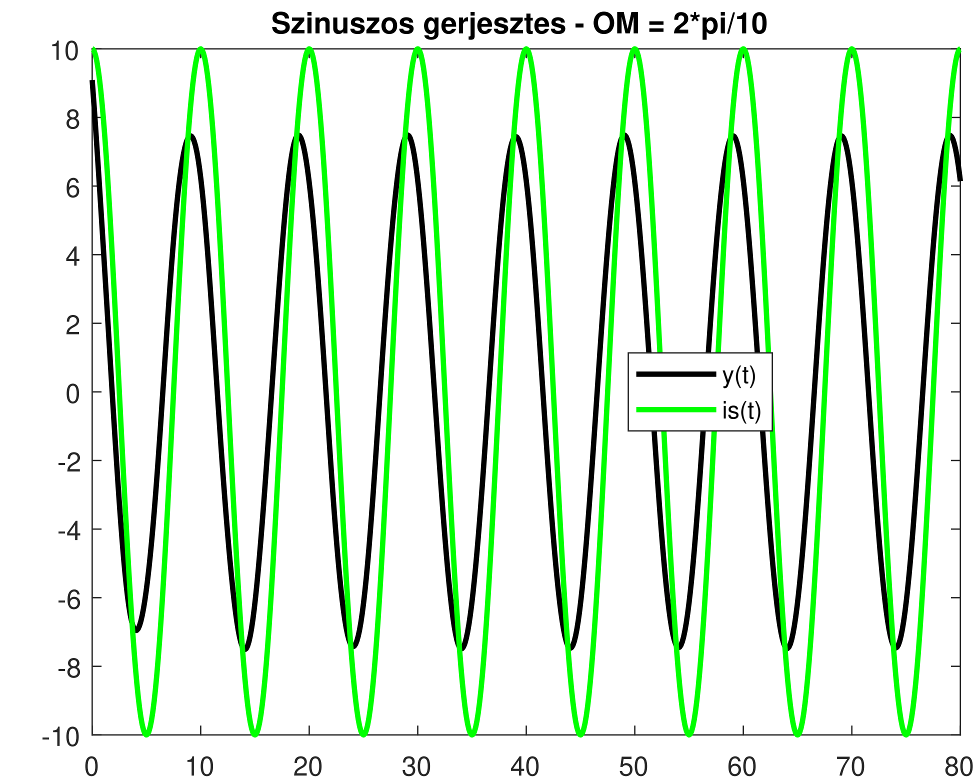
Az $\Omega = 5$ (Mrad/s, a koherens egységrendszer frekvenciája) esetén adódik az alábbi válasz függvény (a gerjesztés periódusideje $2\pi/5 = 1{,}25$).



A gerjesztés frekvenciáját változtatva (pl. $\Omega = 2\pi/20$-ra)



vagy $\Omega = 2 \cdot \pi/10$-re másképpen néz ki a válasz.

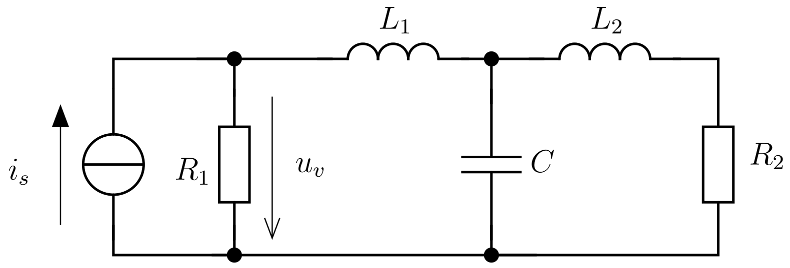


1.2. VO341 - T-tag

Az alábbi feladatot az imsc-s gyakorlaton modtam V.5-én.

1.2.1. Feladat

Tekintsük az alábbi hálózatot! a hálózati paraméterek legyenek az alábbiak :



1.2.2. Állapotváltozós leírás

Határozzuk meg az állapotváltozós leírást!

Vegyünk fel állapotváltozókat! A tekercsek áramai (i_1,i_2) jobbra irányítva és a kondenzátor feszültsége u fentről-lefelé irányítva. Az alsó csomópont legyen zérus potenciálú, a tekercs felső vége u, az áramforrás felső pólusa u_v potenciálú.

$$\begin{aligned} -i_s + \frac{u_v}{R_1} + i_1 &= 0 \\ -i + C \cdot u' + i_2 &= 0 \\ -i_2 + \frac{u - L_2 \cdot i_2'}{R_2} &= 0 \\ u_v &= u + L_1 \cdot i_1' \end{aligned} \tag{12}$$

Ezt megoldva (u', i_1', i_2', u_v ismeretlenekre)

$$\begin{aligned} i_1' &= -\frac{R_1}{L_1} i_1 - \frac{1}{L_1} u - \frac{R_1}{L_1} i_s \\ i_2' &= -\frac{R_2}{L_2} i_2 + \frac{1}{L_2} u \\ u' &= \frac{1}{C} i_1 - \frac{1}{C} i_2 \\ u_v &= -R_1 \cdot i_1 + R_1 \cdot i_s \end{aligned} \tag{13}$$

Az ÁVL mátrixai az alábbiak lesznek

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{R_1}{L_1} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^T = \begin{pmatrix} -R_1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = R_1 \tag{14}$$

A rendszer sajátértékei : $\lambda_1 = -1{,}804$, $\lambda_2 = -0{,}691$, $\lambda_3 = -1$.

1.2.3. Ugrásjellegű gerjesztés

Legyen a gerjesztés $i_s(t) = I_0 \cdot \varepsilon(t)$!

A gerjesztett összetevőre vonatkozó egyenlet :

$$\mathbf{A}\mathbf{x}_g = -\mathbf{B}I_0$$

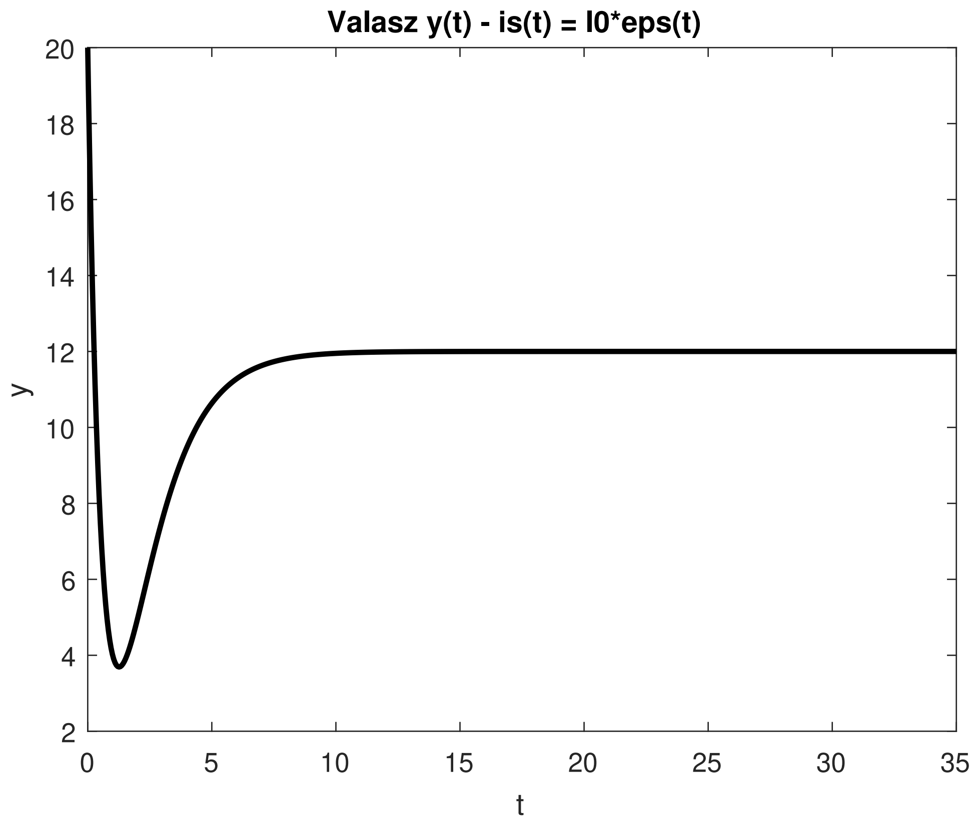
A kezdeti érték a belépő és korlátos gerjesztés miatt 0. A tranziens tag konstansaira ezért az alábbi egyenlet vonatkozik :

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{k} = -\mathbf{x}_g$$

A teljes válasz pedig az alábbi alakú lesz. [5]

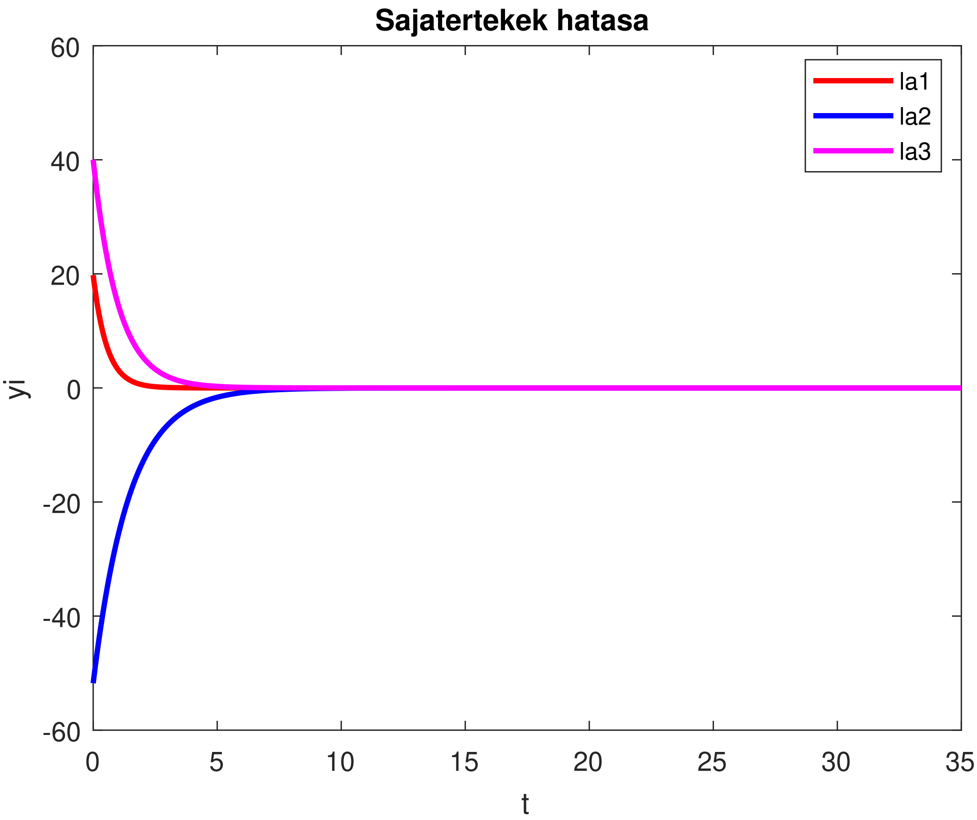
$$y(t) = y_{e1} \cdot e^{\lambda_1 t} + y_{e2} \cdot e^{\lambda_2 t} + y_{e3} \cdot e^{\lambda_3 t} + y_k$$

Ábrázolva az időfüggvényt, az alábbit kapjuk.

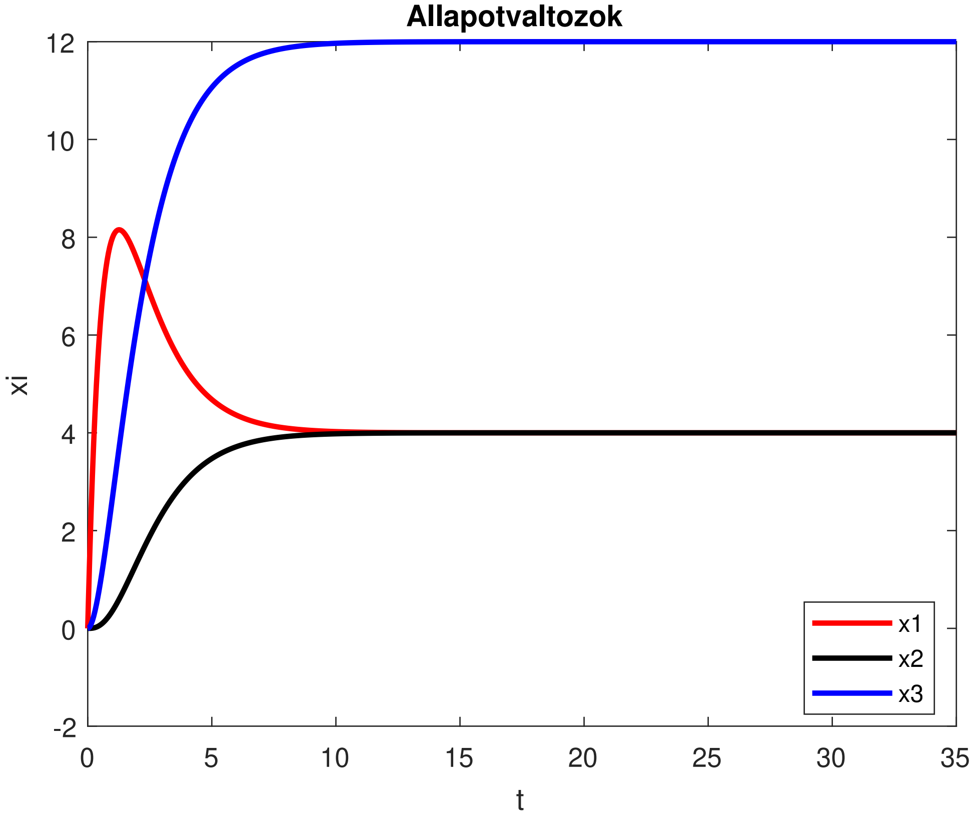


Az egyes sajátértékekhez tartozó tranziens összetevőket mutatja a következő ábra. A sajátértékek egyszeres, valós értékűek, ezért a exponenciális lecsengő lesz az általuk létrehozott összetevő. Az egyes sajátértékek hatása egymástól különböző ideig tart, leghamarabb a pirossal ábrázolt cseng le, míg a kékkel ábrázolt tag tart a legtovább.

[5] Részletes leírást az első feladatban találhatunk az egyes egyenletek esetére.



Megfigyelhetjük az állapotváltozókat ábrázolva, hogy az egyes állapotváltozók hogyan válaszolnak az ugrásos gerjesztésre. A válasz explicit módon csak az első állapotváltozót tartalmazza, azonban a sajátértékeken és az ávl-en keresztül a többi állapotváltozó is befolyásolja a választ.



1.2.4. Exponenciális gerjesztés

Legyen a gerjesztés két részből összeállítva, egy belépő állandó és egy belépő exponenciális gerjesztésből!

$$i_s(t) = I_0 \cdot \varepsilon(t) \cdot \left(1 - e^{-\beta t}\right)$$

ahol β nem rezonál egyetlen sajátértékkel sem. Határozzuk meg a teljes választ!

A gerjesztés első felére már az előző feladatban megadtuk választ, most fel is fogjuk használni!

Az exponenciális gerjesztés esetében a gerjesztett összetevő is exponenciális függvény lesz! Az ebben szereplő együtthatókat a gerjesztett összetevőre vonatkozó állapotegyenletből határozzuk meg.

$$\mathbf{x}_g = \mathbf{P} \cdot e^{-\beta t}; \qquad \mathbf{x}_g' = -\beta \mathbf{P} \cdot e^{-\beta t}$$

$$\mathbf{x}_g' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_g + \mathbf{B}u \qquad \Rightarrow \quad -\beta \mathbf{P} e^{-\beta t} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{P} \cdot e^{-\beta t} + \mathbf{B} \cdot \left(-I_0 \cdot e^{-\beta t}\right)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{P} + \beta \cdot \mathbf{P} = \mathbf{B} \cdot I_0$$

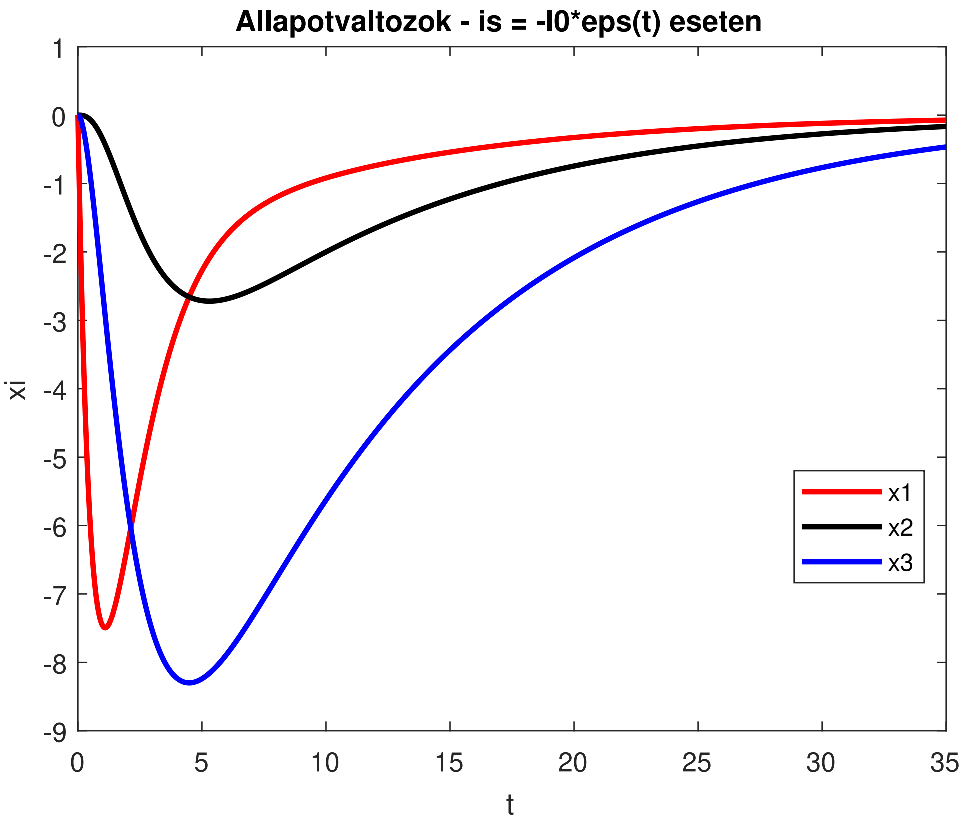
$$\boxed{\left(\mathbf{A} + \mathbf{E} \cdot \beta\right) \mathbf{P} = \mathbf{B} \cdot I_0}$$

A tranziens összetevő konstansai a kezdeti értékre ($\mathbf{x}(0) = 0$) vonatkozó egyzenlet alapján

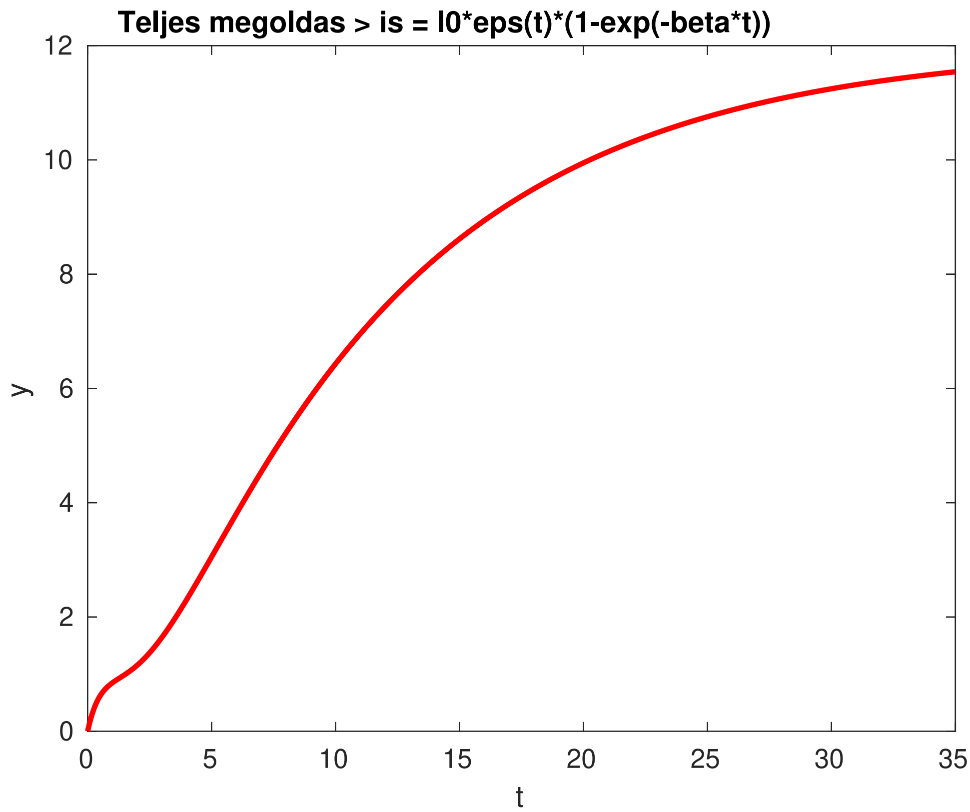
$$\mathbf{x}(0) = 0 = \sum_{i=1}^{3} \mathbf{m}_i \cdot k_i e^{\lambda_i t} + \mathbf{P} \cdot e^{-\beta t} \Big|_{t=0} = \underline{\mathbf{m}} \cdot \mathbf{k} = -\mathbf{P}$$

```
beta = 0.1;
P = (A+beta*eye(3)) \ (B*I0)
kp = m \ (-P)
kp1=kp(1); kp2=kp(2); kp3=kp(3);
P1=  P(1); P2=P(2); P3=P(3);
```

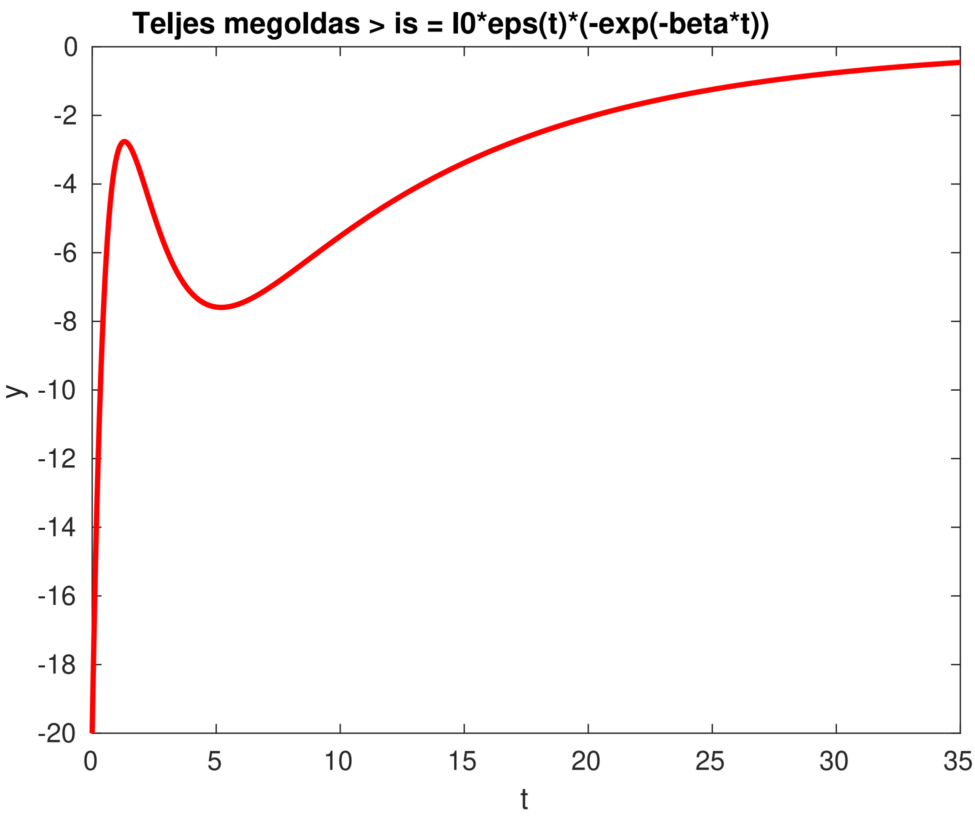
Az exponenciális tagra adott állapotváltozó válaszok.



A teljes megoldást az alábbi ábra mutatja :



És ilyen amikor csak az exponenciális összetevőre adott választ nézzük :



1.2.5. Belépő szinuszos gerjesztés hatása

A belépő szinuszos gerjesztés alakja az alábbi

$$i_s(t) = I_0 \cdot \varepsilon(t) \cdot \cos(\omega t)$$

A gerjesztett összetevő a cos mellett sin tagot is kell tartalmazzon, a cos deriválásánál megjelenő sin miatt!

$$\mathbf{x}_g = \mathbf{P}_c \cdot \cos(\omega t) + \mathbf{P}_s \cdot \sin(\omega t)$$

A derivált

$$\mathbf{x}_g' = -\omega \mathbf{P}_c \cdot \sin(\omega t) + \omega \mathbf{P}_s \cdot \cos(\omega t)$$

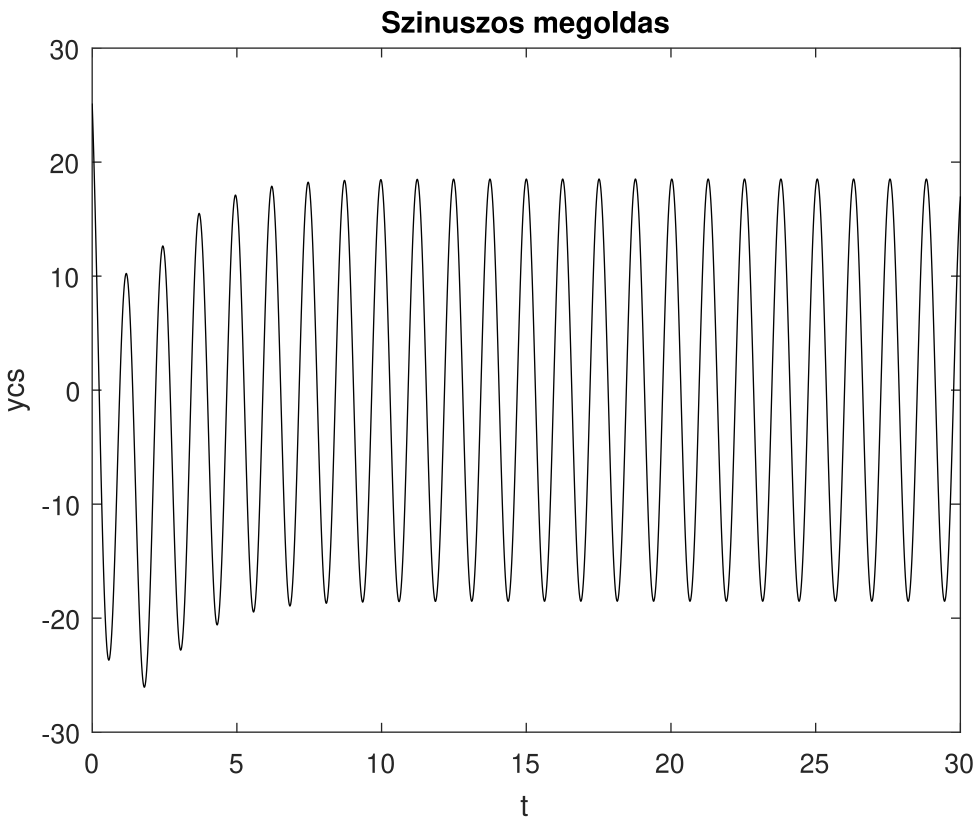
Behelyettesítés után a sin-es és cos-os tagokra vonatkozó egyenletek :

$$\begin{pmatrix} \underline{\underline{\mathbf{A}}} & \omega \mathbf{E} \\ -\omega \mathbf{E} & \underline{\underline{\mathbf{A}}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{P}_s \\ \mathbf{P}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mathbf{B} \cdot I_0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

A tranziens együtthatóira vonatkozó egyenlet

$$\underline{\underline{\mathbf{m}}}\mathbf{k} = -\mathbf{P}_c \tag{16}$$

A teljes megoldás felírása során figyelni kell a cos-os és sin-es tagok meglétére.



1.3. WW377 / Másodrendű hálózat

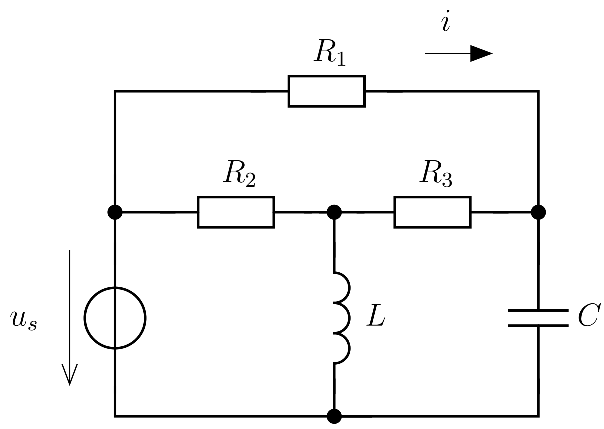
Az alábbi hálózatot, más paraméterekkel, de mindkét gyakorlaton elmondtam.

A V5-nél R1=R; R=R; R3=2R; R=1.5 kOhm, L=2 uH; C = 0.5pF, U0 =5;.

Az imsc-nél pedig R1=R; R2=2R; R3=R; L=2 uH, C=0.3 pF, R=1.7m U0=5;

1.3.1. Feladat

Tekintsük az alábbi, mindkét típusú dinamikus elemet tartalmazó hálózatot! Határozzuk meg az állapotváltozós leírás normálalakját az általános paraméterekre vonatkozóan!



Ábrázoljuk a V5 és a V9i csoportok esetében is a belépő ugrásgerjesztésre és az exponenciális gerjesztésre adott válaszokat!

1.3.2. Állapotváltozós leírás normálalakja

Tárgyaljuk a feladatot általánosan, a fenti hálózati paraméterekkel. A két állapotváltozó a tekercs árama (lefelé irányítva) és a kondenzátor feszültsége (lefelé irányítva).

A felírható egyenletek :

$$\left.\begin{aligned} i + \frac{L\cdot i' - u_s}{R_2} + \frac{L\cdot i' - u}{R_3} &= 0 \\ C\cdot u' + \frac{u - L\cdot i'}{R_3} + \frac{u - u_s}{R_1} &= 0 \\ i_v &= \frac{u_s - u}{R_1} \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

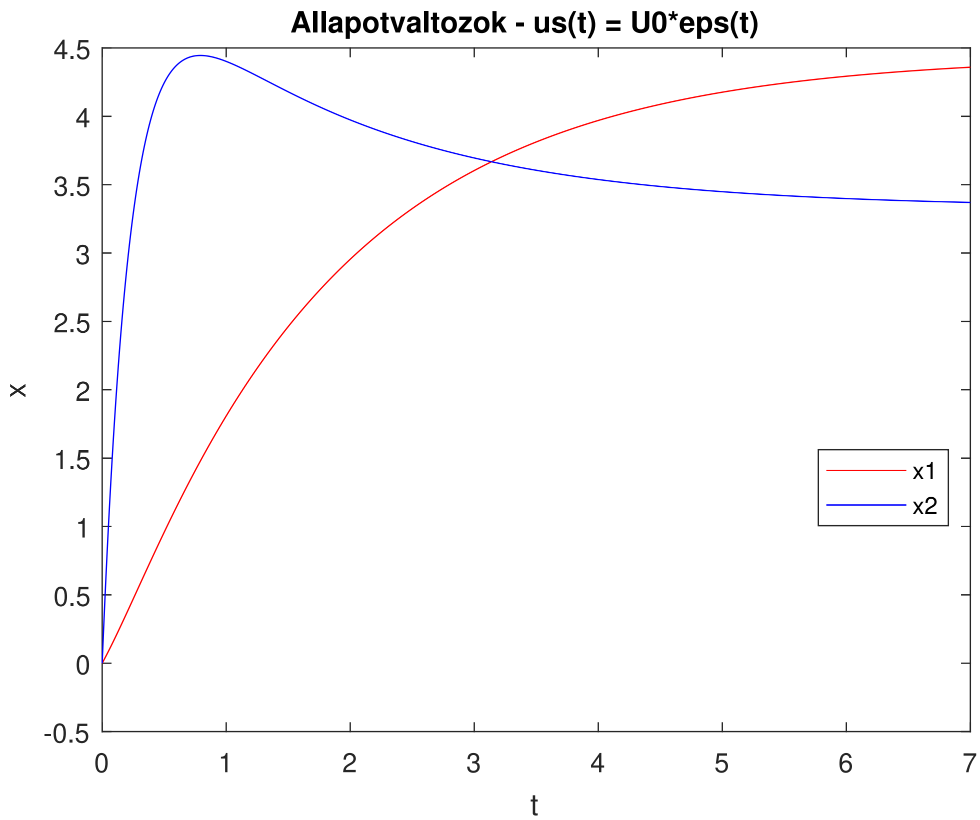
Rendezett alakban

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_1+R_2+R_3}{CR_1(R_2+R_3)} & -\frac{R_2}{C(R_2+R_3)} \\ \frac{R_2}{L(R_2+R_3)} & -\frac{R_2R_3}{L(R_2+R_3)} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} &+ \begin{pmatrix} \frac{R_1+R_2+R_3}{CR_1(R_2+R_3)} \\ \frac{R_3}{L(R_2+R_3)} \end{pmatrix}\cdot u_s \\ y = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1} & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} u \\ i \end{pmatrix} &+ \frac{1}{R_1}\cdot u_s \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

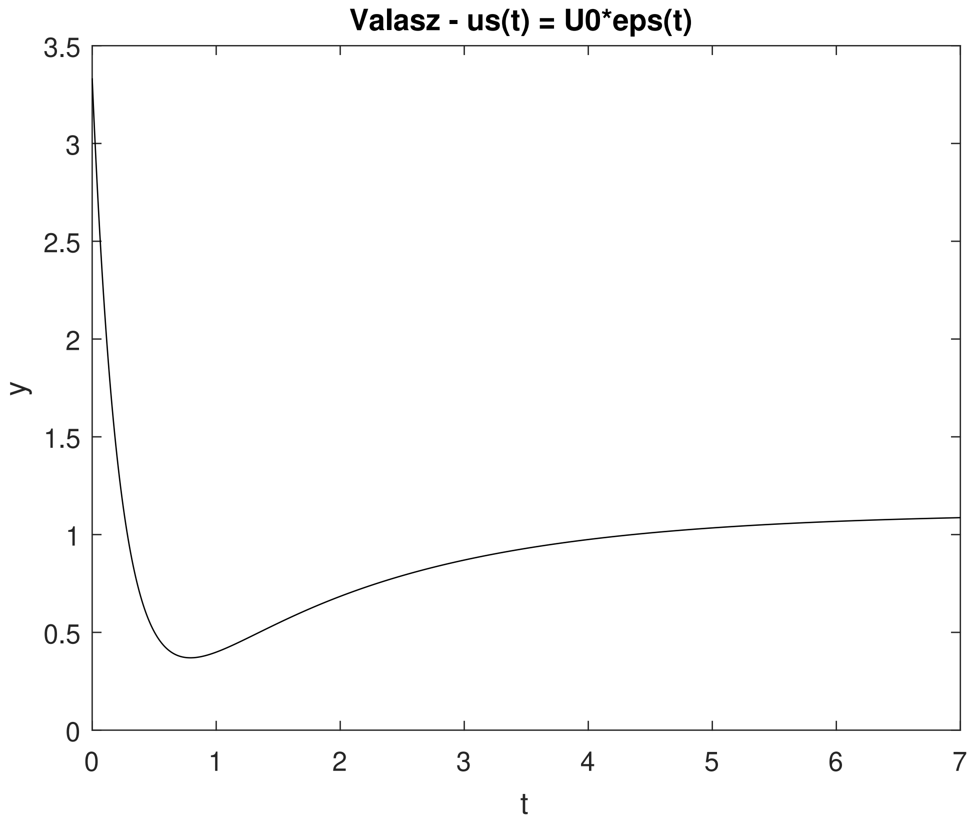
1.3.3. Megoldások a V5 gyakorlat adataival

A megoldás programja a masod2.m[7 a 31. oldalon] fájl.

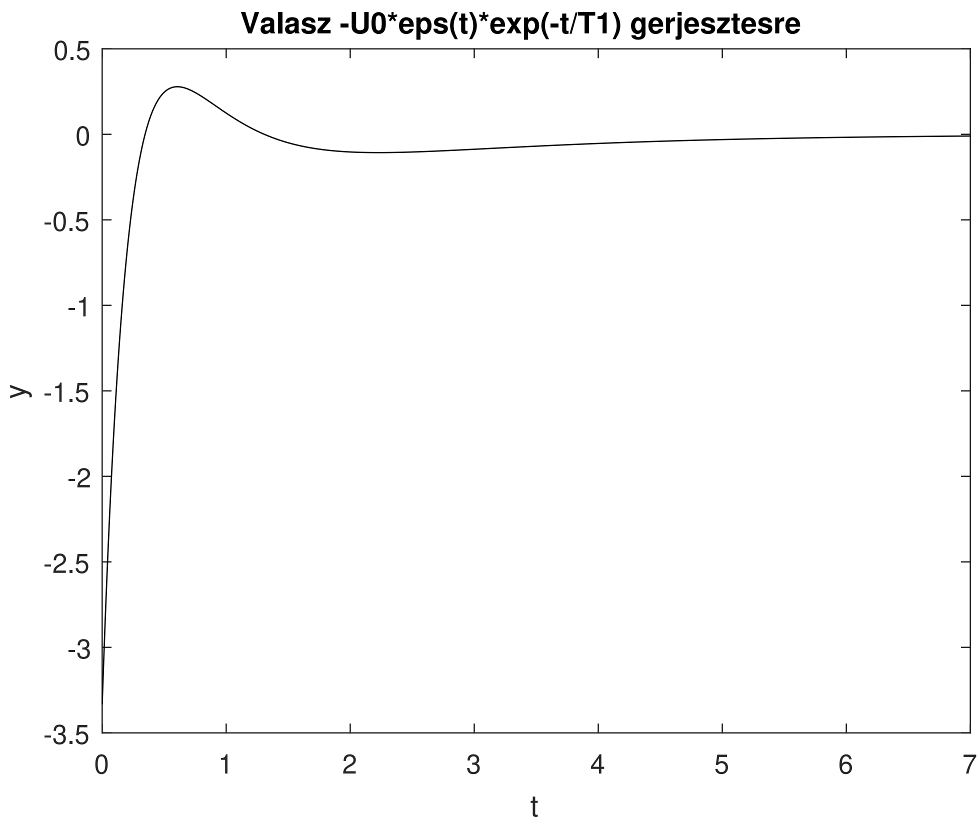
Az állapotváltozókra vonatkozó megoldás ugrásjellegű gerjesztés esetén.



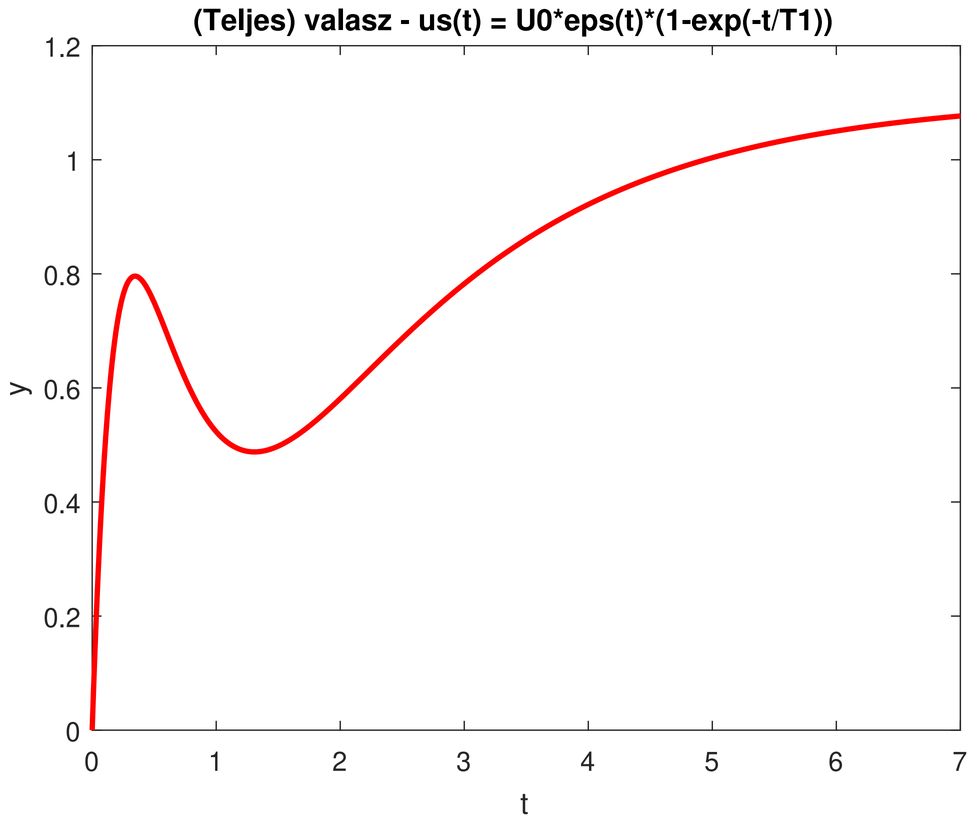
A válasz ugyanezen gerjesztésnél.



A csak az exponenciális gerjesztésre adott válasz :

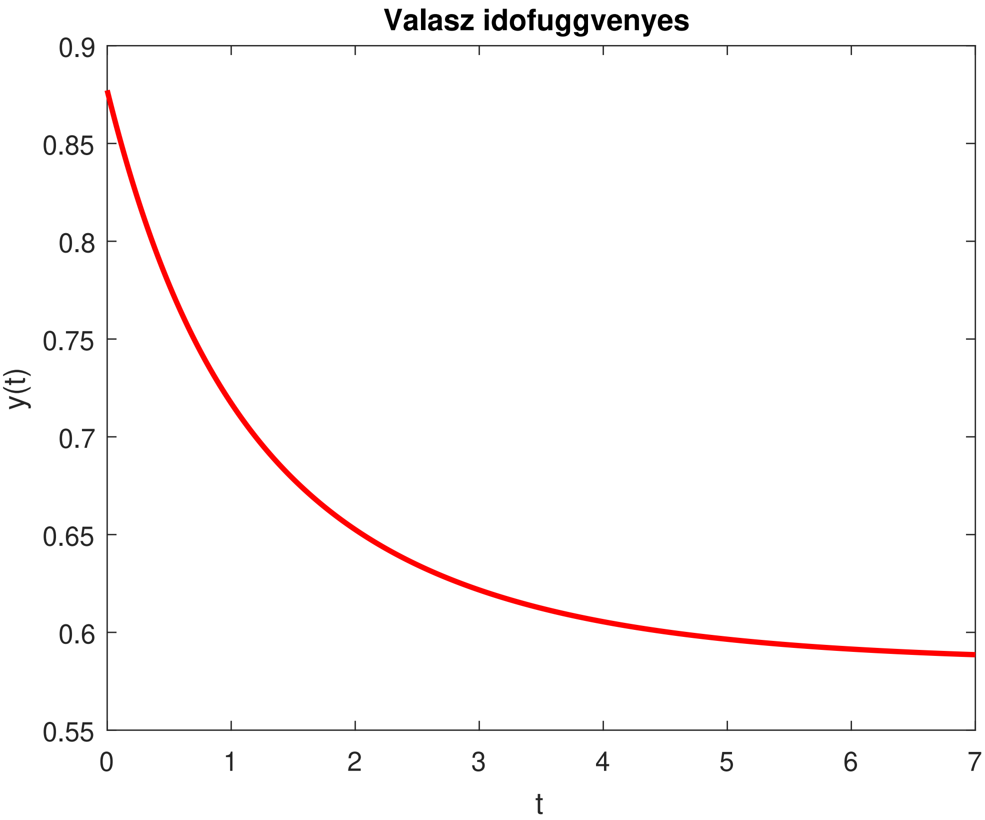


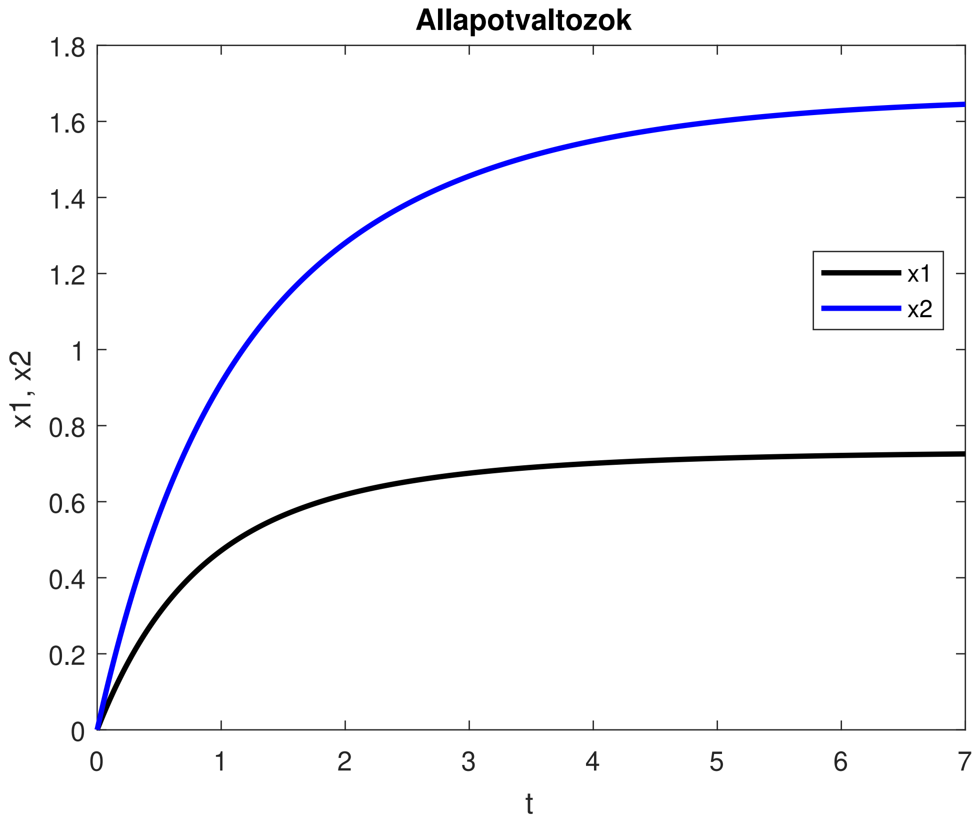
A teljes $1 - exp$ gerjesztésre adott válasz :



1.3.4. Megoldások az imsc csoport adataival

A megoldást a masodi.m program tartalmazza.


Valasz idofuggvenyes
0.9
0.85
0.8
0.75
0.7
0.65
0.6
0.55
y(t)
0
1
2
3
4
5
6
7
t


Allapotvaltozok
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
x1, x2
x1
x2
0
1
2
3
4
5
6
7
t

2. Programlisták

2.1. harmad1.m

Programkód 4. harmad1.m - Harmadrendű rendszer megoldása - 2023.V.5

```
%% Harmadrendu rendszer allapotvaltozos leirasanak megoldasa
% V0341.fig halozat

% Halozati paramterek
% kOhm, mH, nF, us, Mrad/s, V, mA
R1=2; R2=3; L1=1;
L2=2; C=2;
% L1=10; L2=10; % komplex sajatertekek

A = [-R1/L1 0 -1/L1;0 -R2/L2 1/L2;1/C -1/C 0]
B = [R1/L1;0;0]
CT= [-R1 0 0]
D = R1

%%
[m,la] = eig(A)
m1 = m(:,1); m2=m(:,2); m3=m(:,3);
la1=la(1,1); la2 = la(2,2); la3 = la(3,3);
%% is(t) = I0*eps(t)
I0 = 10; % mA
xg = A \ (-B*I0)

kv = m \ (-xg)
k1=kv(1); k2=kv(2); k3=kv(3);
%% valasz idofuggvenye
t = 0:0.001:35;
y = CT*m1*k1*exp(la1*t)+CT*m2*k2*exp(la2*t)+CT*m3*k3*exp(la3*t)+CT*xg+D*
    I0;

figure;
  plot(t,y,'k-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('y');
  title('Valasz y(t) - is(t) = I0*eps(t)')

%% valasz egyes osszetevoi
y1 = CT*m1*k1*exp(la1*t);
y2 = CT*m2*k2*exp(la2*t);
y3 = CT*m3*k3*exp(la3*t);
figure; plot(t,y1,'r-',t,y2,'b-',t,y3,'m-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('yi');
  title('Sajatertekek hatasa ');
  legend('la1','la2','la3','Location','best');
%% allapotvaltozok
x1 = m1(1)*k1*exp(la1*t)+m2(1)*k2*exp(la2*t)+m3(1)*k3*exp(la3*t)+xg(1);
x2 = m1(2)*k1*exp(la1*t)+m2(2)*k2*exp(la2*t)+m3(2)*k3*exp(la3*t)+xg(2);
x3 = m1(3)*k1*exp(la1*t)+m2(3)*k2*exp(la2*t)+m3(3)*k3*exp(la3*t)+xg(3);

figure; plot(t,x1,'r-',t,x2,'k-',t,x3,'b-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('xi');
  title('Allapotvaltozok');
```

```
  legend('x1','x2','x3','Location','best');

%% is(t) = I0*(1-exp(-beta*t))
beta = 0.1;
y0 = y;   % korabbi feladatban megoldott I0*eps(t) eset
P = (A+beta*eye(3)) \ (B*I0)

kp = m \ (-P)
kp1=kp(1); kp2=kp(2); kp3=kp(3);
P1=  P(1); P2=P(2); P3=P(3);
%% megoldas osszeallitasa
x1 = m1(1)*kp1*exp(la1*t)+m2(1)*kp2*exp(la2*t)+m3(1)*kp3*exp(la3*t)+P1*
    exp(-beta*t);
x2 = m1(2)*kp1*exp(la1*t)+m2(2)*kp2*exp(la2*t)+m3(2)*kp3*exp(la3*t)+P2*
    exp(-beta*t);
x3 = m1(3)*kp1*exp(la1*t)+m2(3)*kp2*exp(la2*t)+m3(3)*kp3*exp(la3*t)+P3*
    exp(-beta*t);

y1 = CT(1)*x1+CT(2)*x2+CT(3)*x3+(D*(-I0)*exp(-beta*t));
yteljes = y0 + y1;

%% Allapotvaltozok abrazolasa
figure; plot(t,x1,'r-',t,x2,'k-',t,x3,'b-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('xi');
  title('Allapotvaltozok - is = -I0*eps(t) eseten');
  legend('x1','x2','x3','Location','best');

%% is = I0*(eps(t)-eps(t-T)) gerjesztes
% korabbrol I0*eps(t) --> y0
T = 10;
% yIV = y0*stepfun(t,0) - stepfun(t,T)*y0
% nem mondtam el, lasd a masik harmadV5.m-et


%% is = I0*eps(t)*cos(OM*t) gerjesztes
% OM = 0.5;
OM = 5;
Pv = [A OM*eye(3);OM*eye(3) -A]\[zeros(3,1);B*I0]
Ps = Pv(1:3)
Pc = Pv(4:6)
kk = m \ (-Pc)

%% Szinuszos teljes megoldas szamitasa es abrazolasa
t = 0:0.001:30;
figure;
ycs = CT*m1*k1*exp(la1*t)+CT*m2*k2*exp(la2*t)+CT*m3*k3*exp(la3*t)+...
  CT*Pc*cos(OM*t)+CT*Ps*sin(OM*t)+D*I0*cos(OM*t);
  plot(t,ycs,'k-');
  xlabel('t'); ylabel('ycs');
  title('Szinuszos megoldas');
```

2.2. harmadszimbolikus.m

Programkód 5. harmadszimbolikus.m - Állapotváltozós leírás meghatározása szimbolikus számítással - 2023.V.8

```
%% allapotvaltozos leiras meghatarozasa szimbolikus szamitassal
% A symbolic toolbox hasznalata

% Szimbolikus megoldas az allapotvaltozos leirasra
% ismeretlenek : u0v, i0v, i1v, uv
% forrasok : u0, i0, i1, is
clear all
clc;
% szimbolikus valtozok definialasa
syms R0 R1 L0 L1 C0 is uv u0 i0 i1 u0v i0v i1v
% egyenletek felirasa
eq1 = -is+uv/R0+(uv-u0)/R1+i1 == 0 ;
eq2 = -i1 +(u0-uv)/R1+C0*u0v+i0 == 0;
eq3 = u0 == L0*i0v;
eq4 = uv - u0 == L1*i1v;
% egyenletrendszer megoldasa
sol = solve([eq1,eq2,eq3,eq4], [u0v,i0v,i1v,uv])
% megoldasok abrazolasa osszegyujtott, szep formaban
pretty(collect( simplify(sol.u0v), [u0,i0,i1,is]))
pretty(collect( simplify(sol.i0v), [u0,i0,i1,is]))
pretty(collect( simplify(sol.i1v), [u0,i0,i1,is]))
collect( simplify(sol.i1v), [u0,i0,i1,is])
% adott parameterek eseten a numerikus ertekek is meghatarozhatoak
subs(sol.u0v,{R0,R1,L0,L1,C0},{1,10,0.1,2,2})
subs(sol.i0v,{R0,R1,L0,L1,C0},{1,10,0.1,2,2})
subs(sol.i1v,{R0,R1,L0,L1,C0},{1,10,0.1,2,2})
subs(sol.uv,{R0,R1,L0,L1,C0},{1,10,0.1,2,2})
```

2.3. harmadV5.m

Programkód 6. harmadV5.m - Harmadrendű rendszer megoldása - 2023.V.8

```
% harmadrendu halozat allapotvaltozos leirasanak megoldasa
% 2023.05.08. hetfo 10-12
% halozatert lasd >

% 2023.05.08 - halozati parameterek
R0 = 1;
R1 = 10;
L1 = 2; L0 = 0.1; C0=2;

%% Megoldas az ugras jellegu gerjesztesre nezve
% az allapotvaltozos leirast mar korabban meghataroztuk, most csak a
    numerik
clear all
clc
A = [-1/22 -1/2 5/11;10 0 0;-5/11 0 -5/11]
B = [1/22;0;5/11]
CT = [-1/11 0 -10/11]
D = 10/11

I0 = 10;
% sajatertekek es sajatvektorok
[m,la] = eig(A)
m1 = m(:,1); m2= m(:,2); m3 = m(:,3);
la1=la(1,1); la2=la(2,2); la3=la(3,3);


% allandosult allapotbeli ertek
xg = A \ (-B*I0)
% teljes megoldasbol hianyzo ismeretlenek
kv = m \ (-xg)
k1 = kv(1); k2 = kv(2); k3=kv(3);
% A valasz kifejezese most mar ismert, csak ki kell szamitani
    megfeleloen
% sok pontban a valaszt, hogy lehessen abrazolni
% y = CT*x+D*u = CT*(m1*k1*exp(la1*t)+ .... + xg)+D*u

% a jellegzetes idoertekek "kitalalasa"
-1./real(diag(la))
% komplex sajatertekek miatt, a lengesi idot is celszeru megnezni ...
imag(diag(la))
% ... ami a kepzetes reszbol adodik
2*pi/2.28
% idovektor felvetele
t = 0:0.001:40;
% valasz kiszamitasa
y = CT*(m1*k1*exp(la1*t)+m2*k2*exp(la2*t)+m3*k3*exp(la3*t)+xg)+D*I0;
figure; plot(t,y,'k-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('y'); title('Valasz')

% Kiszamithatjuk valamely allapotvaltozot is (pl. a 2. allapotvaltozot,
% amely az i0 aram), hogy megnezhessuk
x2 = m1(2)*k1*exp(la1*t)+m2(2)*k2*exp(la2*t)+m3(2)*k3*exp(la3*t)+xg(2);
```

```
figure; plot(t,x2,'b-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('x2'); title('2. allapotvaltozo (x2 = i0)')
% a lengest okozo ket tag (a komplex sajatertekek) hatasat kulon is
% megtekinthetjuk, ha abrazoljuk csak ezt a kettot
x2ab = m1(2)*k1*exp(la1*t)+m2(2)*k2*exp(la2*t);
figure; plot(t,x2ab,'b-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('x2ab'); title('Lengest okozo tagok')
figure; plot(t,m3(2)*k3*exp(la3*t)+xg(2),'k-')
  xlabel('t'); ylabel('x2c'); title('3. sajaertek hatasa')


%% Ugrasjellegu gerjesztesre (I0*eps(t)) adott valasz felhasznalasa

%y = CT*(m1*k1*exp(la1*t)+m2*k2*exp(la2*t)+m3*k3*exp(la3*t)+xg)+D*I0;
% az egyutthatokat ki tudjuk szamitani
ye1 = CT*m1*k1;
ye2 = CT*m2*k2;
ye3 = CT*m3*k3;
yk= CT*xg+D*I0;

yt = @(t) ye1*exp(la1*t)+ye2*exp(la2*t)+ye3*exp(la3*t)+yk;

% abrazolas
t = 0:0.001:80;
y0 = yt(t);
figure; plot(t,y0,'k-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('y(t)'); title('yt demonstralasa')

% idoben eltolt jel eloallitasa es abrazolasa
ydelayed = yt(t)-yt(t-40);
figure; plot(t,ydelayed,'r-')
  xlabel('t'); ylabel('y(t)'); title('yt nem jo megoldasa')
% Itt valami felrement, ezert ujra kell irni az yt fuggvenyt. Bele kell
% tenni a beleposeget es az argumentumban is figyelembe kell venni.

%%
% Jol eloallitott fuggveny
% stepfun-val az eps(t) fuggveny "eloallithato", az eltolasnal azonban a t
% helyett t-T kell
yt = @(t,T) stepfun(t,T).*(ye1*exp(la1*(t-T))+ye2*exp(la2*(t-T))+ye3*exp(la3*(t-T))+yk);
% figure; plot(t,-yt(t,10),'r-')
figure; plot(t,yt(t,0)-yt(t,40),'r-');
  xlabel('t'); ylabel('y(t)'); title('A keresett valasz')
%% belepo szinuszos gerjesztes vizsgalata
% gerjesztett osszetevo egyutthatoinak kiszamitasa
OM1 = 5;
PCS = [A OM1*eye(3);-OM1*eye(3) A] \ [zeros(3,1);-B*I0]
% szinuszos egyutthatok
PS = PCS(1:3)
% koszinuszos egyutthatok
PC = PCS(4:6)
% tranziensben szereplo konstansok - kezdeti feltetel alapjan
kcs = m \ (-PC)
kcs1=kcs(1); kcs2=kcs(2); kcs3=kcs(3);
% Teljes valasz kiszamitasa
```

```
ycs = CT*(m1*kcs1*exp(la1*t)+m2*kcs2*exp(la2*t)+m3*kcs3*exp(la3*t)+PC*
    cos(OM1*t)+PS*sin(OM1*t))+D*I0*cos(OM1*t);
figure; plot(t,ycs,'k-','LineWidth',2);

%% Kulonbozo korfrekvenciak eseten adodo megoldasok vizsgalata
% a. OM = 2*pi/20, T = 20
OM1 = 2*pi/20;
PCS = [A OM1*eye(3);-OM1*eye(3) A] \ [zeros(3,1);-B*I0]
PC = PCS(4:6)
PS = PCS(1:3)
kcs = m \ (-PC)
kcs1=kcs(1); kcs2=kcs(2); kcs3=kcs(3);
ycs = CT*(m1*kcs1*exp(la1*t)+m2*kcs2*exp(la2*t)+m3*kcs3*exp(la3*t)+PC*
    cos(OM1*t)+PS*sin(OM1*t))+D*I0*cos(OM1*t);

figure; plot(t,ycs,'k-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('y')
hold on; plot(t,I0*cos(OM1*t),'g-','LineWidth',2);
  legend('y(t)','is(t)','Location','best');
  title(sprintf('Szinuszos gerjesztes - OM = 2*pi/20'))
% b. OM = 2*pi/10, T = 10
OM1 = 2*pi/10
imag(diag(la))
PCS = [A OM1*eye(3);-OM1*eye(3) A] \ [zeros(3,1);-B*I0]
PC = PCS(4:6)
PS = PCS(1:3)
kcs = m \ (-PC)
kcs1=kcs(1); kcs2=kcs(2); kcs3=kcs(3);
ycs = CT*(m1*kcs1*exp(la1*t)+m2*kcs2*exp(la2*t)+m3*kcs3*exp(la3*t)+PC*
    cos(OM1*t)+PS*sin(OM1*t))+D*I0*cos(OM1*t);
figure; plot(t,ycs,'k-','LineWidth',2);
hold on; plot(t,I0*cos(OM1*t),'g-','LineWidth',2)
  legend('y(t)','is(t)','Location','best');
  title(sprintf('Szinuszos gerjesztes - OM = 2*pi/10'))

% c. OM = 2.28
OM1 = 2.28;
PCS = [A OM1*eye(3);-OM1*eye(3) A] \ [zeros(3,1);-B*I0];
PC = PCS(4:6);
PS = PCS(1:3);
kcs = m \ (-PC);
kcs1=kcs(1); kcs2=kcs(2); kcs3=kcs(3);
ycs = CT*(m1*kcs1*exp(la1*t)+m2*kcs2*exp(la2*t)+m3*kcs3*exp(la3*t)+...
  PC*cos(OM1*t)+PS*sin(OM1*t))+D*I0*cos(OM1*t);
figure; plot(t,ycs,'k-','LineWidth',2);
hold on; plot(t,I0*cos(OM1*t),'g-','LineWidth',2)
  legend('y(t)','is(t)','Location','best');
  title(sprintf('Szinuszos gerjesztes - OM = 2.28'))

t = 0:0.0001:80;
ycs = CT*(m1*kcs1*exp(la1*t)+m2*kcs2*exp(la2*t)+m3*kcs3*exp(la3*t)+...
  PC*cos(OM1*t)+PS*sin(OM1*t))+D*I0*cos(OM1*t);
figure; plot(t,ycs,'k-','LineWidth',2);
hold on; plot(t,I0*cos(OM1*t),'g-','LineWidth',2)
  legend('y(t)','is(t)','Location','best');
  title(sprintf('Szinuszos gerjesztes - OM = 2.28'));
```

```
t = 0:0.0001:180;
ycs = CT*(m1*kcs1*exp(la1*t)+m2*kcs2*exp(la2*t)+m3*kcs3*exp(la3*t)+...
  PC*cos(OM1*t)+PS*sin(OM1*t))+D*I0*cos(OM1*t);
figure; plot(t,ycs,'k-','LineWidth',2);
hold on; plot(t,I0*cos(OM1*t),'g-','LineWidth',2);
  legend('y(t)','is(t)','Location','best');
  title(sprintf('Szinuszos gerjesztes - OM = 2.28'));
```

2.4. masod2.m

Programkód 7. masod2.m - Másodrendű rendszer megoldása - valós sajátértékekkel - 2023.V.3

```
% 2023.04.26
% halozati parameterek
R = 1.5; C = 0.2; L=2;
% allapotvaltozos leiras egyutthatoi
A = [-2*R/(3*L) 1/(3*L);-1/(3*C) -4/(3*R*C)];
B = [2/(3*L);4/(3*R*C)];
CT = [0 -1/R];
D = 1/R;
% gerjesztes allandoja
U0=5;

%% sajatertek / sajatvektor
[m,la] = eig(A)
m1 = m(:,1); m2=m(:,2); la1=la(1,1); la2=la(2,2);

%% us(t) = U0 * eps(t) gerjesztes hatas
xg = A \ (-B*U0)
kk = m \ (-xg)
k1 = kk(1); k2=kk(2);
Tmax = 7;
t = 0:0.01:Tmax;
y = stepfun(t,0).*(D*U0+CT*xg+(CT*m1*k1)*exp(la1*t)+(CT*m2*k2)*exp(la2*t));
figure; plot(t,y,'k-'); xlabel('t'); ylabel('y');
  title('Valasz - us(t) = U0*eps(t)')
x1 = stepfun(t,0).*(xg(1)+m1(1)*k1*exp(la1*t)+m2(1)*k2*exp(la2*t));
x2 = stepfun(t,0).*(xg(2)+m1(2)*k1*exp(la1*t)+m2(2)*k2*exp(la2*t));
figure; plot(t,x1,'r-',t,x2,'b-');
  xlabel('t'); ylabel('x'); title('Allapotvaltozok - us(t) = U0*eps(t)');
  legend('x1','x2','Location','best');

%% us(t) = U0*delta(t)
kw = m \ (B*U0)
yw = CT*m1*kw(1)*exp(la1*t)+CT*m2*kw(2)*exp(la2*t);
% delta(t)-s tagot nem abrazoltam es eps(t)-vel nem szoroztam

%% us(t) = U0*(1-exp(-t/T1) gerjesztes
y1 = y; % korabbi megoldast felhasznaljuk az U0*eps(t) valaszara

T1=0.5;
%
P = (A+eye(2)/T1)\(B*U0)
kp = m \ (-P)
kp1=kp(1); kp2=kp(2);
y2 = CT*m1*kp1*exp(la1*t)+CT*m2*kp2*exp(la2*t)+CT*P*exp(-t/T1)+D*(-U0*exp(-t/T1));
%
figure; plot(t,y2,'k-');
  xlabel('t'); ylabel('y'); title('Valasz -U0*eps(t)*exp(-t/T1) gerjesztesre')
```

```
%
yteljes = y1 + y2;
figure; plot(t,yteljes,'r-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('y');
  title('(Teljes) valasz - us(t) = U0*eps(t)*(1-exp(-t/T1))')
```

2.5. masodi.m

Programkód 8. masodi.m - Másodrendű rendszer megoldása - komplex sajátértékekkel - 2023.V.3

```
%% Allapotvaltozos leiras megoldasa 2 allapotvaltozo esetere
% 2023.05.03.
% halozati parameterek
R = 5.7; L = 2; C=0.4;

A = [-2*R/(3*L) 2/(3*L);-2/(3*C) -1/(3*R*C)];
B = [1/(3*L);2/(3*R*C)];
CT = [0 -1/R];
D = [1/R];

U0 = 5;

%% sajatertek, sajatvektor
[m,la] = eig(A)

%% gerjesztett osszetevo es k_i egyutthatok kiszamitasa
xg = A \ (-B*U0)

m1 = m(:,1); m2=m(:,2); la1=la(1,1); la2=la(2,2);
kv = m \ (-xg)
k1 = kv(1); k2 = kv(2);
%% Valasz kiszamitasa
t = 0:0.001:7;
y = stepfun(t,0).*(CT*m1*k1*exp(la1*t) + CT*m2*k2*exp(la2*t) + CT*xg+D*U0);
figure; plot(t,y,'r-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('y(t)'); title('Valasz idofuggvenyes')
%% Allapotvaltozok kiszamitasa
x1 = m1(1)*k1*exp(la1*t)+m2(1)*k2*exp(la2*t)+xg(1);
x2 = m1(2)*k1*exp(la1*t)+m2(2)*k2*exp(la2*t)+xg(2);
figure; plot(t,x1,'k-',t,x2,'b-','LineWidth',2);
  xlabel('t'); ylabel('x1, x2'); title('Allapotvaltozok');
  legend('x1','x2','Location','best');
```