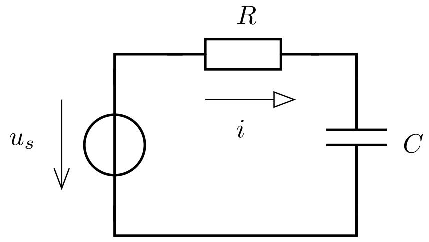
Állapotváltozós leírás normálalakjának előállítása

A megoldások során először vegyünk állapotváltozó(ka)t, majd ezek felhasználásával írjuk fel a szükséges egyenleteket!

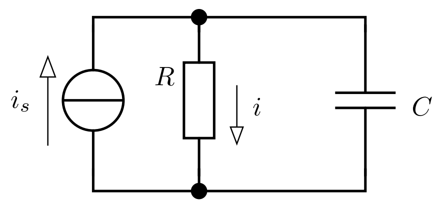
1. Határozzuk meg az alábbi, egy dinamikus komponenst tartalmazó hálózatok esetén az állapotváltozós leírás normálalakját!

a. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz ellenállás árama



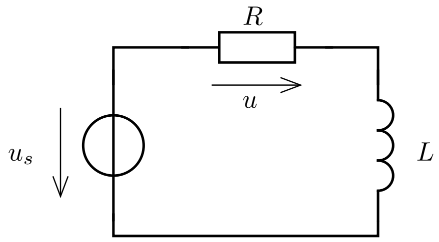
$$Cu'_C + \frac{u_C - u_s}{R} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\begin{aligned} u'_C &= -\frac{1}{RC}u_C + \frac{1}{RC}u_s \\ i &= -\frac{1}{C}u_C + \frac{1}{R}u_s \end{aligned}}$$

b. Gerjesztés : áramforrás árama, válasz ellenállás árama



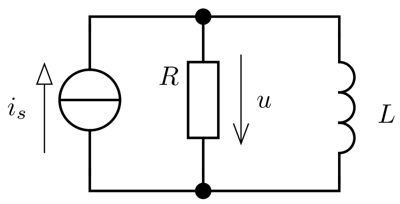
$$Cu'_C + \frac{u_C}{R} - i_s = 0 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\begin{aligned} u'_C &= -\frac{1}{RC}u_C + \frac{1}{C}i_s \\ i &= \frac{1}{R}u_C \end{aligned}}$$

c. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz ellenállás feszültsége



$$u_s - i_L \cdot R - Li'_L = 0 \qquad \rightarrow \qquad \boxed{\begin{aligned} i'_L &= -\frac{R}{L}i_L + \frac{1}{L}u_s \\ u &= R \cdot i_L \end{aligned}}$$

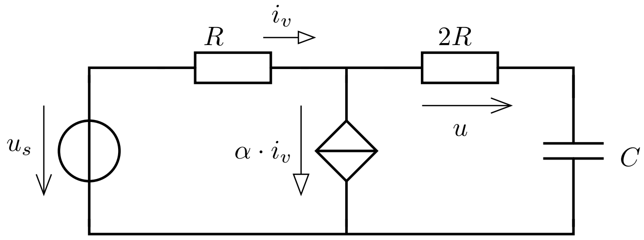
d. Gerjesztés : áramforrás árama, válasz ellenállás feszültsége



$$-i_s + i_L + \frac{Li'_L}{R} = 0 \qquad u = -R \cdot i_L + R + \cdot i_s \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} i'_L &= -\frac{R}{L} i_L + \frac{R}{L} i_s \\ u &= -R \cdot i_L + R \cdot i_s \end{aligned}}$$

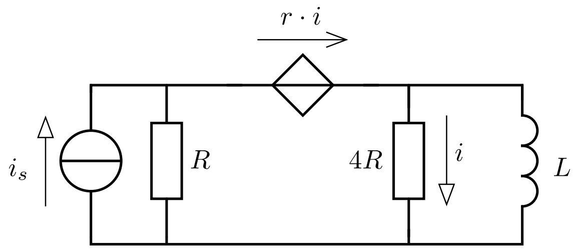
2. Határozzuk meg az alábbi, egy dinamikus komponenst tartalmazó hálózatok esetén az állapotváltozós leírás normálalakját!

a. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz az ellenállás u feszültsége



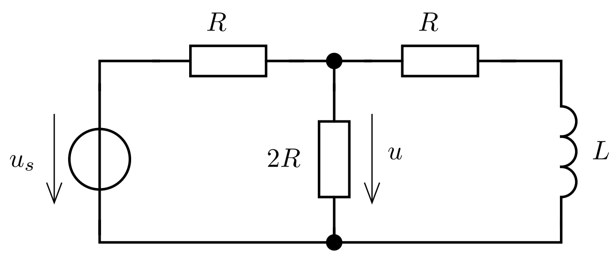
$$u'_C + \frac{u_C - u_v}{2R} = 0 \qquad u = u_v - u_C \qquad \alpha \cdot \left(\frac{u_s - u_v}{R}\right) + \frac{u_v - u_s}{R} + \frac{u_v - u_C}{2R} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} u'_C &= -\frac{1-\alpha}{(3-2\alpha)RC} u_C + \frac{\alpha - 2}{(3-2\alpha)2RC} u_s \\ u &= \frac{2(1-\alpha)}{3-2\alpha} u_C - \frac{2-\alpha}{3-2\alpha} u_s \end{aligned}}$$

b. Gerjesztés : áramforrás árama, válasz az ellenállás i árama



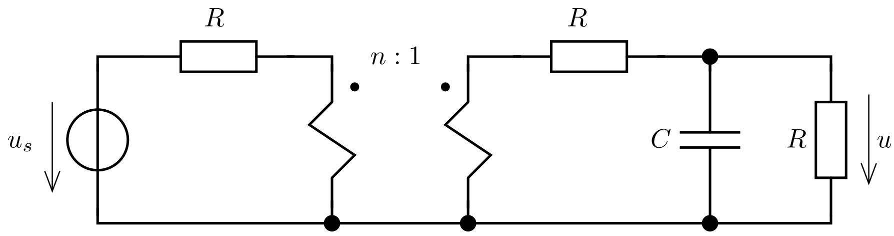
$$u_s - r \cdot i = Li'_L \qquad i = \frac{Li'_L}{4R} \qquad -i_s + \frac{u_s}{R} + \frac{Li'_L}{4R} + i_L = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} i'_L &= -\frac{4R^2}{L(5R+r)} i_L + \frac{4R^2}{L(5R+r)} i_s \\ u &= -\frac{R}{5R+r} i_L - \frac{R}{5R+r} i_s \end{aligned}}$$

c. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz az ellenállás u feszültsége



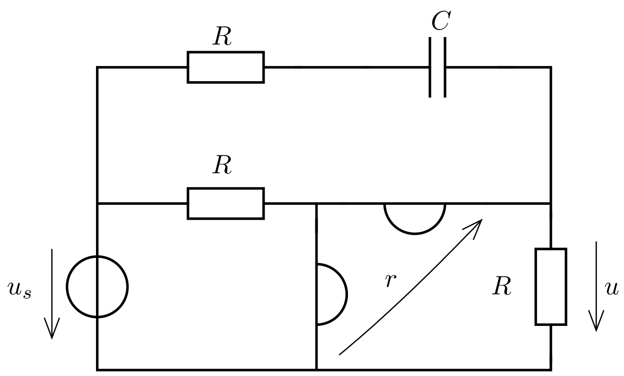
$$u = i_L \cdot R + Li'_L \qquad \frac{u}{2R} + \frac{u - u_s}{R} + i_L = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} i'_L &= -\frac{5R}{3L} i_L + \frac{2}{3L} u_s \\ u &= -\frac{2R}{3} i_L + \frac{2}{3} u_s \end{aligned}}$$

d. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz az ellenállás $u$feszültsége



$$\begin{aligned} u_a &= n \cdot u_b \\ i_b &= -n \cdot i_a \\ Cu_C' + \frac{u_C - u_b}{R} + \frac{u_C}{R} &= 0 \\ i_a &= \frac{u_s - u_a}{R} \\ i_b &= \frac{u_C - u_b}{R} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} u_C' &= -\frac{2n^2+1}{RC(n^2+1)} u_C + \frac{n}{RC(n^2+1)} u_s \\ u &= u_C \end{aligned}}$$

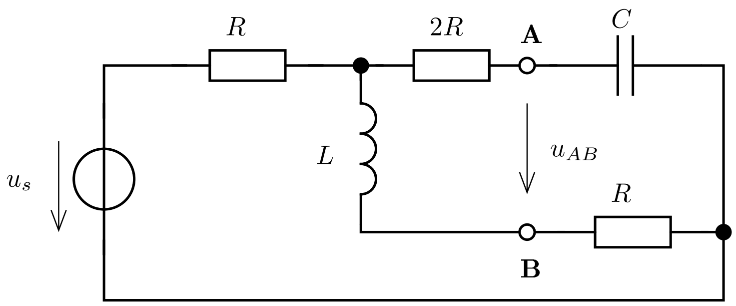
e. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz az ellenállás $u$feszültsége



$$\begin{aligned} u_a &= -r \cdot i_b \\ u_b &= r \cdot i_a \\ u &= u_b - u_a \\ -i_a + i_s + \frac{-u_a - u_s}{R} &= 0 \\ Cu_C' + i_b + \frac{u_b - u_a}{R} &= 0 \\ i_b + \frac{-u_a + u_b}{R} + \frac{u_b - u_a - u_C - u_s}{R} &= 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \boxed{}$$

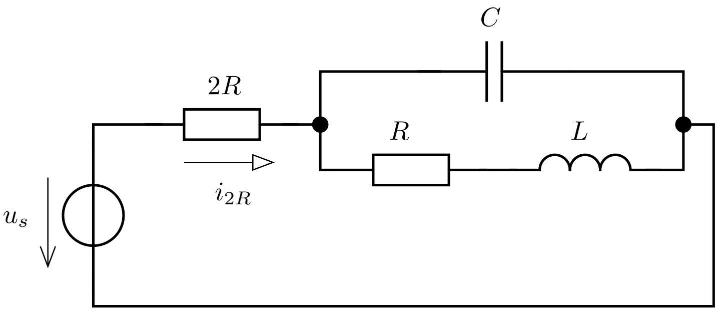
3. Határozzuk meg az alábbi, több dinamikus komponenst tartalmazó hálózatok esetén az állapotváltozós leírás normálalakját!

a. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz az u_{AB} feszültség



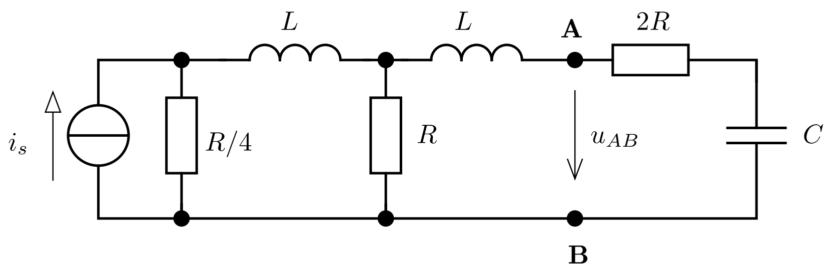
$$
\begin{aligned}
u_A &= u_c \\
u_B &= i_L \cdot R \\
u_{AB} &= u_C - R \cdot i_L \\
\frac{u_1 - u_s}{R} + i_L + \frac{u_1 - u_C}{2R} &= 0 \\
C u_C' + \frac{u_C - u_1}{2R} &= 0 \\
u_1 &= i_L \cdot R + L i_L'
\end{aligned}
\quad \rightarrow \quad
\boxed{
\begin{aligned}
u_C' &= -\frac{1}{3RC} u_C - \frac{1}{3C} i_L + \frac{1}{3RC} u_s \\
i_L' &= \frac{1}{3L} u_C - \frac{5R}{3L} i_L + \frac{2}{3L} u_s \\
u_{AB} &= u_C - R \cdot i_L
\end{aligned}
}
$$

b. Gerjesztés : feszültségforrás feszültsége, válasz az ellenállás i árama



$$
\begin{aligned}
C u_C' + \frac{u_C - u_v}{2R} &= 0 \\
u_C - R \cdot i_L - L i_L' &= 0 \\
i_{2R} &= \frac{u_s - u_C}{2R}
\end{aligned}
\quad \rightarrow \quad
\boxed{
\begin{aligned}
u_C' &= -\frac{1}{2RC} u_C - \frac{1}{C} i_L + \frac{1}{2RC} u_s \\
i_L' &= \frac{1}{L} u_C - \frac{R}{L} i_L \\
i_{2R} &= -\frac{1}{2R} u_C + \frac{1}{2R} u_s
\end{aligned}
}
$$

c. Gerjesztés : áramforrás árama, válasz az u_{AB} feszültség



Jelölje i_1 és i_2 a két tekercs áramát, az R felső pontjának potenciálja u_R, a forrás felső pontjának potenciálja u_s.

$$
\begin{aligned}
-i_s + \frac{u_s}{R/4} + i_1 &= 0 \\
-i_1 + i_2 + \frac{u_R}{R} &= 0 \\
-i_2 + \frac{u_A - u_C}{R} &= 0 \\
C u_C' + (-i_2) &= 0 \\
u_A + L \cdot i_2' &= u_R \\
u_s &= u_R + L \cdot i_1'
\end{aligned}
\quad \rightarrow \quad
\boxed{
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u_C \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/C \\ 0 & -\frac{5R}{4L} & \frac{R}{L} \\ -\frac{1}{L} & \frac{R}{L} & -\frac{3R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_C \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{R}{4L} \\ 0 \end{pmatrix} i_s \\
u_{AB} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_C \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} + 0 \cdot i_s
\end{aligned}
}
$$