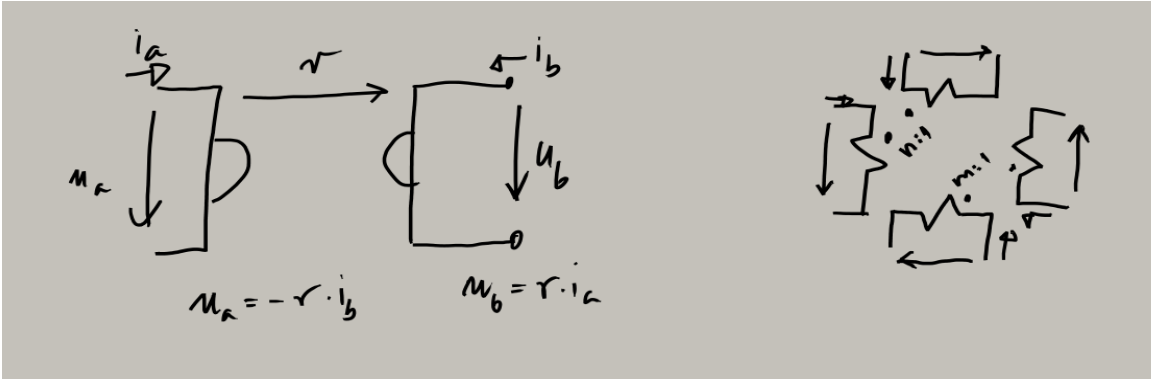
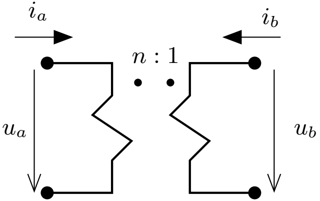
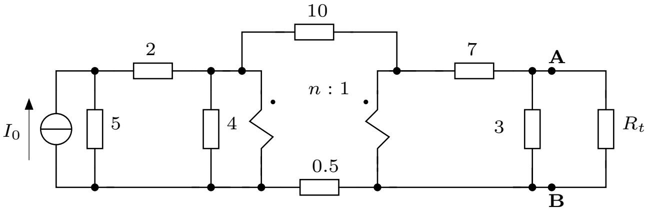
4. Gyakorlat - Csatolt kétpólusok alkalmazása

Jelek és rendszerek 1. - 2022



IT felhasználása

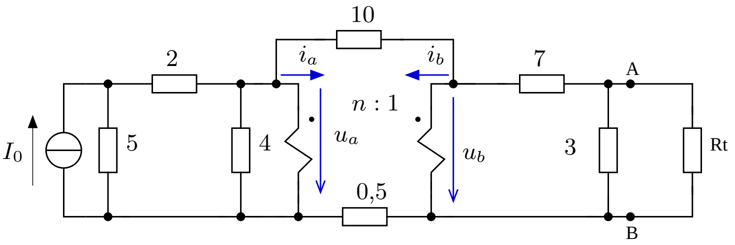
- $n:1$ átvitelű ideális transzformátor
- $u_a = n \cdot u_b$ és $i_b = -n \cdot i_a$
- 



ahol az ellenállás értéke kΩ-ban értendő és $I_0 = 20$ mA.

- Adjuk meg R_t értékét, hogy maximális teljesítmény essen rajta!
- Mekkora a maximális teljesítmény!
- Igazoljuk numerikus kísérletek elvégzésével az előbbi eredményünket!

►a csatolt kétpóluspár bejelölése ("a" a primer kétpólus, "b" a szekunder kétpólus)



►a karakterisztika a bejelölt feszültségekre és áramokra vonatkozik, az alkalmazott módszertől függően kell azokat kifejezni

- kétpólusok száma, b= 11
- csomópontok száma, n = 6
- $b - n + 1 = 11 - 6 + 1 = 6$ független hurkok száma
- a szakadás egy zérus áramú áramforrás

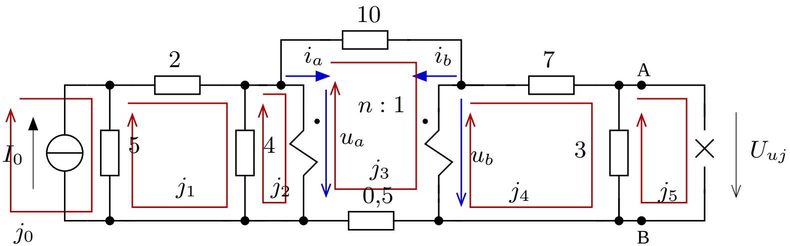
$$j_5 = 0$$

- független áramforrás

$$j_0 = I_0 = 20$$

-

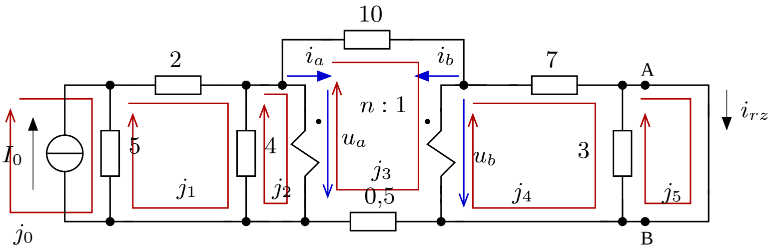
$$u_{uj} + 3(j_5 - j_4) = 0$$



$$\begin{aligned} 5(j_1 - 20) + 2j_1 + 4(j_1 - j_2) &= 0 \\ u_a + (j_2 - j_1)4 &= 0 \\ 10j_3 + u_b + 0{,}5j_3 - u_a &= 0 \\ 7j_4 + 3(j_4 - j_5) - u_b &= 0 \\ j_5 &= 0 \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} u_a &= -n \cdot u_b \\ i_b &= -n \cdot i_a \\ i_a &= j_2 - j_3 \\ i_b &= j_3 - j_4 \end{aligned}$$



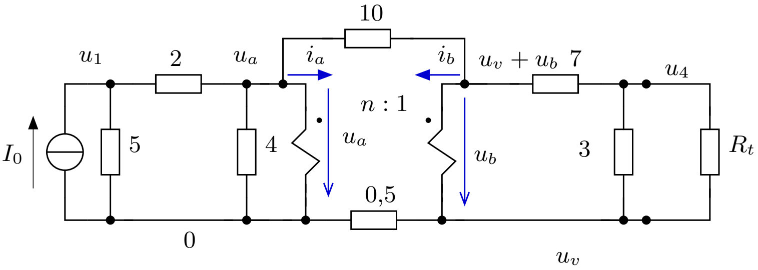
- rövidzárás - j_5 nem zérus
- rövidzárási áram : $i_{rz} = j_5$

A j_5-re vonatkozó hurokegyenletet kell beírni az előzőhöz képest!

$$
\begin{aligned}
5(j_1 - 20) + 2j_1 + 4(j_1 - j_2) &= 0 \\
u_a + (j_2 - j_1)4 &= 0 \\
10j_3 + u_b + 0{,}5j_3 - u_a &= 0 \\
7j_4 + 3(j_4 - j_5) - u_b &= 0 \\
3 \cdot (j_5 - j_4) &= 0
\end{aligned}
\quad \text{és} \quad
\begin{aligned}
u_a &= -n \cdot u_b \\
i_b &= -n \cdot i_a \\
i_a &= j_2 - j_3 \\
i_b &= j_3 - j_4
\end{aligned}
$$

- csomópontokhoz rendelünk potenciálokat
- az IT szekunder oldalának alsó pontja nem zérus potenciálú, hanem U_v
- csomópontok száma : $n = 6$, $n - 1 - 1 = 6 - 2 = 4$ csomóponti potenciál szükséges
- a csatolt kétpóluspárnak 4 ismeretlene van
- "ügyesen" felvéve a potenciálokat u_a és u_b felhasználható

▶Használjunk koherens egységrendszert! V, mA, kΩ ▶Vegyünk fel csomóponti potenciálokat! Majd ezekkel fejezzük ki a mennyiségeket!



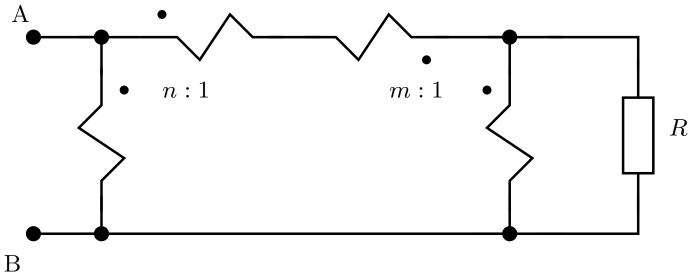
A terhelő ellenállás feszültsége a csomóponti potenciálokkal kifejezve :

$$u_t = u_4 - u_v$$

$$
\left.
\begin{aligned}
-I_0 + \frac{u_1}{5} + \frac{u_1 - u_a}{2} &= 0 \\
\frac{u_a - u_1}{2} + \frac{u_a}{4} + i_a + \frac{u_a - (u_v + u_b)}{10} &= 10 \\
\frac{u_v + u_b - u_a}{10} + \frac{u_v + u_b - u_4}{7} + i_b &= 0 \\
\frac{u_4 - (u_v + u_b)}{7} + \frac{u_4 - u_v}{3} + \frac{u_4 - u_v}{R_t} &= 0 \\
-i_b + \frac{u_v}{0{,}5} + \frac{u_v - (u_v + u_b)}{3} + \frac{u_v - u_4}{R_t} &= 0 \\
u_a &= n \cdot u_b \\
i_b &= -n \cdot i_a
\end{aligned}
\right\}
$$

$$
\begin{pmatrix}
-\frac{1}{2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{1}{5}+\frac{1}{2} & \cdot \\
\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10} & 1 & -\frac{1}{10} & \cdot & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{2} & \cdot \\
-\frac{1}{10} & \cdot & \frac{1}{10}+\frac{1}{7} & 1 & \frac{1}{10}+\frac{1}{7} & \cdot & -\frac{1}{7} \\
\cdot & \cdot & -\frac{1}{7} & \cdot & -\frac{1}{7}-\frac{1}{3}-\frac{1}{R_t} & \cdot & \frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{R_t} \\
\cdot & \cdot & -\frac{1}{3} & -1 & \frac{1}{R_t}+2 & \cdot & -\frac{1}{Rt} \\
1 & \cdot & -n & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & n & \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot
\end{pmatrix}
\cdot
\begin{pmatrix} u_a \\ i_a \\ u_b \\ i_b \\ u_v \\ u_1 \\ u_4 \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} I_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}
$$

► Tekintsük az alábbi, két IT-t tartalmazó hálózatot! Adjuk meg a bemeneti ellenállást!



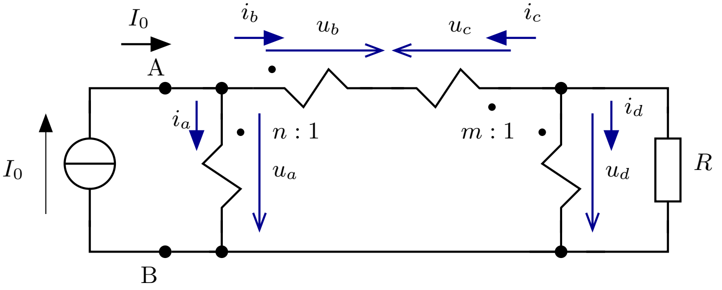
- az első IT $(n:1)$: a,b
- második IT $(m:1)$: c,d
- bemeneti ellenállás :

$$R_{be} = \frac{u_a}{I_0}$$

- szimbolikusan megoldva :

$$R_{be} = R \cdot \frac{m-1}{n-1} n^2$$

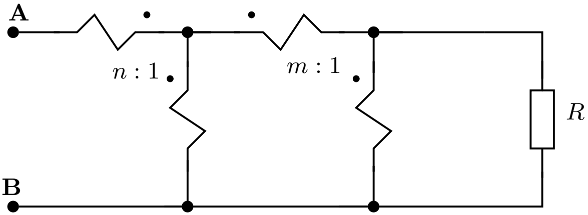
- : összekötési kényszerek egyenletei
- : karakterisztikák egyenletei
- megoldás : IT33.m



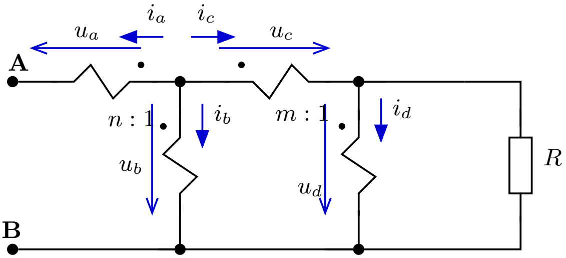
$$\begin{aligned} -I_0 + i_a + i_b &= 0 \\ -i_c + i_b &= 0 \\ i_d + i_c + u_d/R &= 0 \\ -u_a + u_b - u_c + u_d &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_a &= n \cdot u_b \\ i_b &= -n \cdot i_a \\ u_c &= m \cdot u_d \\ i_d &= -m \cdot i_c \end{aligned}$$

►Számítsuk ki az alábbi hálózat esetén a bemeneti ellenállást!



Vegyük fel a csatolt kétpólusok áramait és feszültségeit!
Használjuk a csomóponti potenciálokat!



Megoldva a jobbra lévő egyenleteket adódik :

$$R_{be} = \frac{U_{AB}}{I_0} = R \cdot (m+1)^2 \cdot (n-1)^2$$

- $$u_a = n \cdot u_b$$ $$u_d = m \cdot u_c$$ $$i_b = -n \cdot i_a$$ $$i_d = -m \cdot i_c$$
- $$-U_{AB} - u_a + u_b = 0$$ $$-u_b + u_c + u_d = 0$$
- $$i_a + i_b + i_c = 0$$ $$-i_c + i_d + \frac{1}{R} u_d = 0$$ $$i_a + I_0 = 0$$

Ez a kod

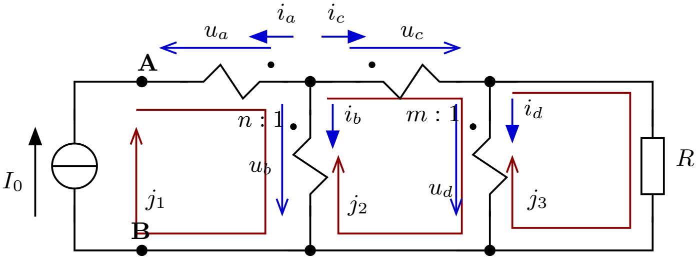
```
syms ia ib ic id ua ub uc ud m n I0 U R
```

- $$u_a = n \cdot u_b$$
$$u_c = m \cdot u_d$$
$$i_b = -n \cdot i_a$$
$$i_d = -m \cdot i_c$$

- $$-U_{AB} - u_a + u_b = 0$$
$$u_c + u_d - u_b = 0$$
$$j_3 \cdot R - u_d = 0$$

- $$i_a = -j_1$$
$$i_b = j_1 - j_2$$
$$i_c = j_2$$
$$i_d = j_2 - j_3$$
$$j_1 = I_0$$

- ismeretlenek : $u_a, u_b, u_c, u_d, i_a, i_b, i_c, i_d, j_1, j_2, j_3, U_{AB}$
- Karakterisztikák + hurok egyenletek + kényszerek = 4 + 3 + 5 =12



A bemeneti ellenállás az U_{AB} segítségével számítható ki :

$$R_{be} = \frac{U_{AB}}{I_0} = R \cdot (m+1)^2 \cdot (n-1)^2$$