

Jelek és rendszerek 1.
Otthoni feladatok az imsc pontokért

Reichardt, András
reichardt.andras@vik.bme.hu

2022.
2022. június 7.-i állapot

1. Szabályok

A feladatokhoz tartozó tudnivalók és szabályok az alábbiak :

- A tárgyból adható összes pontok megszerzése az alábbi feladatok megoldásával lehetséges. Maximálisan 30 pont szerezhető.
- Minden feladat max. 15 pontot ér, de részfeladatokra (alpontok) is adható pont.
- A tárgy három részből áll, amelyekhez vonatkozóan a feladatok utalnak. Kérésem, hogy ne csak egyetlen részből akarja a jelölt a megfelelő pontszámot megszerezni.
- A feladatok lényegében helyes megoldására is adható maximális pontszám.
- A megoldás tartalmazza a gondolatmenet és az esetlegesen alkalmazott számítógépes (pl. MATLAB) kódot.
- Beküldés : reichardt.andrasvik.bme.hu címre, a megoldás pdf-be konvertált formájában.
- Beadási határidő : 2022. június 22. 23:57

Ha valakinek kérdése van, kérem keressen meg!

Hibajegyzék

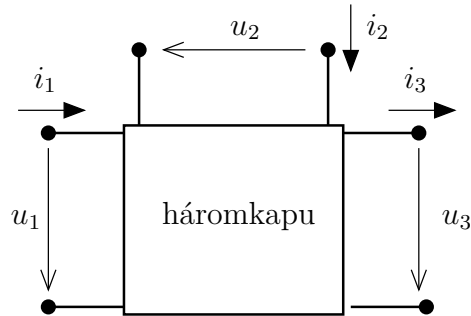
Az esetlegesen előforduló hibákat, itt fogom jelezni.

2. Feladatok

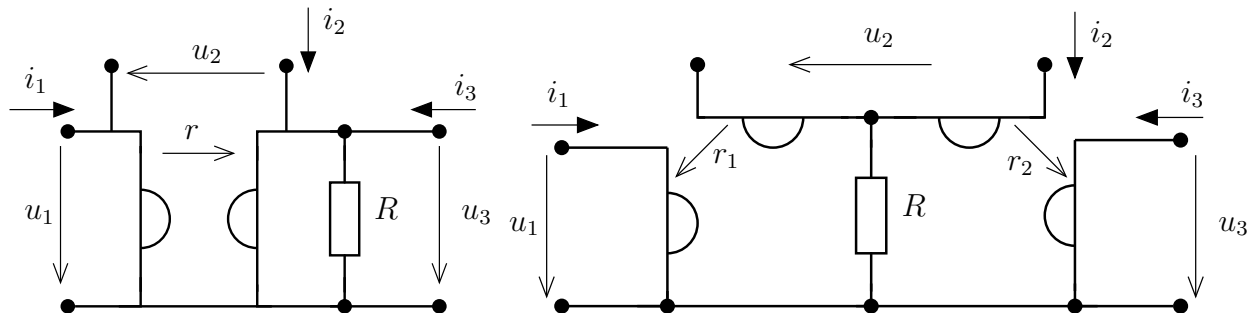
2.1. Időben állandó gerjesztésű hálózatok - Rezisztív hálózatok

2.1.1. RH-1.

A háromkapu egy olyan hatpólus, amelynél 2-2 pólus kaput alkot (hasonlóan mint a kétkapuknál). Egy ilyen háromkaput láthatunk az alábbi ábrán.



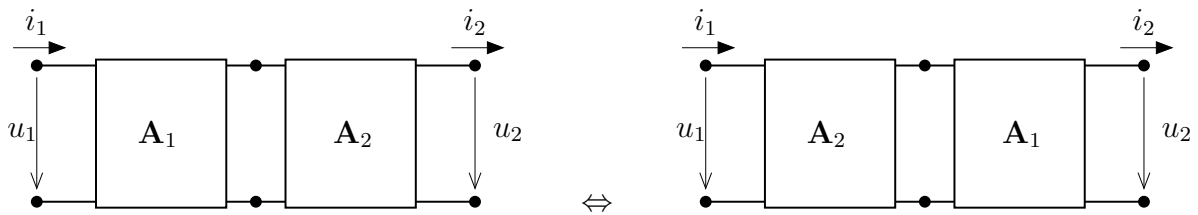
- Az alsó ábrán látható két, girátort is tartalmazó háromkapu. Válassza ki az egyiket és adja meg a háromkapu impedancia karakterisztikáját! Vizsgáljuk meg a karakterisztikát az r/R arány speciális értékeire! (A második hálózat esetében a vizsgáljuk meg az $r_1 = r_2 = r$ esetben!)
- Zárjuk le a primer kaput egy feszültségforrással, a szekunder kaput egy R ellenállással, a tercier kaput egy szakadással! Határozzuk meg az egyes kapuk feszültségét és áramát a hálózat alapján (mintha a háromkaput nem is definiáltuk volna) illetve a háromkapu ismeretében! ($U_s = U_0$, $r = 2R$)
- Rajzoljuk fel a háromkapu egy természetes helyettesítő kapcsolását!



2.1.2. RH-2.

Vizsgáljuk meg a sorosan kapcsolt (kaszkádosított) kétkapuk felcserélési szabályait!

Két sorosan kapcsolt kétkapu felcserélhető, ha az eredeti és a megfordított (felcserélt) elrendezés nem különböztethető meg, ha csak az első- illetve az utolsó kapun végzünk méréseket!

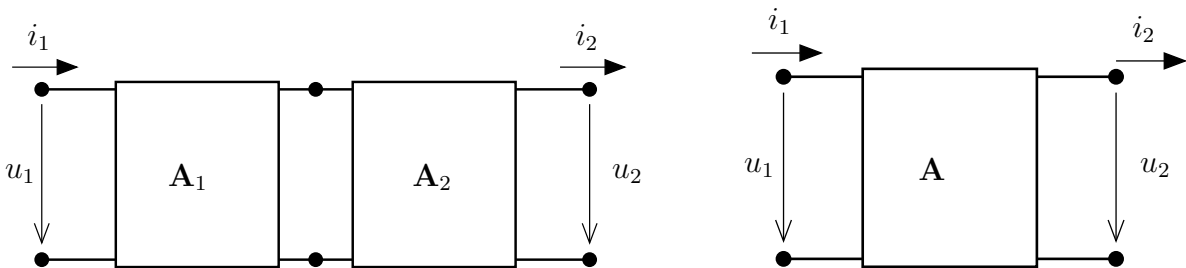


A kétkapukat célszerűen a lánckarakterisztikával lehet ebben az esetben leírni, mert az eredő kétkapura

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2$$

ahol \mathbf{A}_1 az első, \mathbf{A}_2 a második kétkapu lánckarakterisztikájának mátrixa. Közvetlenül adódik, hogy felcserélhetőek a kétkapuk, ha teljesül, hogy

$$\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1$$



Ennek segítségével definiáljuk a kétkapuk lánckarakterisztikájának kommutátorát :

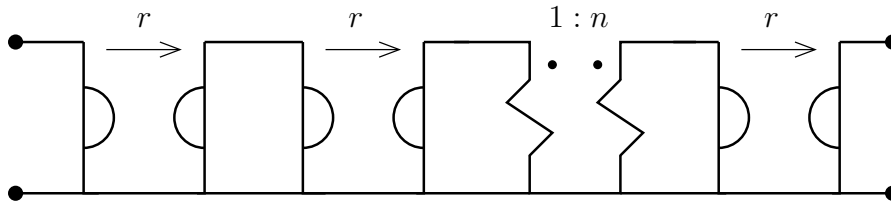
$$[\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2] = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_1$$

- Mutassuk meg, hogyan számítható ki a (H) hibrid karakterisztikájával adott kétkapuk esetében az (A) lánckarakterisztika!
- Adjuk meg, hogy két reciprok kétkapu esetében milyen feltétel vonatkozik a B mátrix elemeire, hogy a kétkapuk felcserélhetőek legyenek!
- Mutassuk meg, hogy a reciprok, nonenergikus kétkapuk mindig felcserélhetőek! Igaz-e az állítás, ha a reciprok feltételt kivesszük belőle?

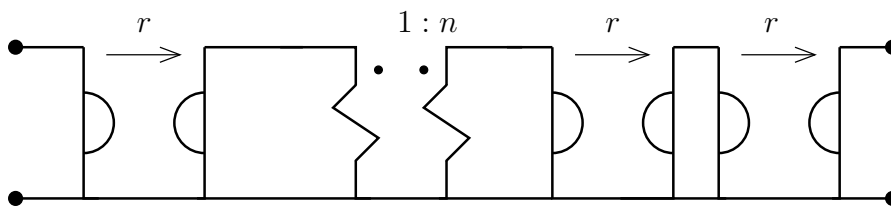
2.1.3. RH-3.

Egymás után, sorosan kapcsolunk valamilyen sorrendben M darab girátort és N darab ideális transzformátort. Az áttétel iránya és a giráció iránya minden esetben azonos. 3 girátor és 1 IT esetében alább látható két lehetséges sorrend :

egyik változat :



másik változat :

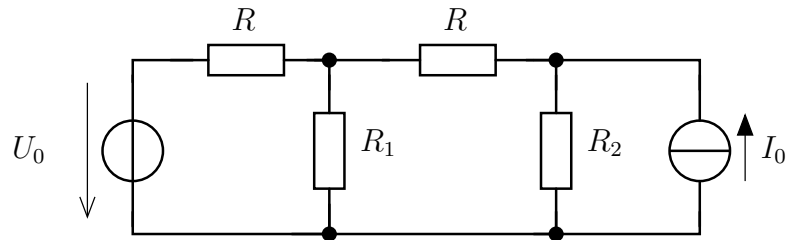


Megjegyzés : Egy lehetséges gondolatmenet során a kétkapuk felcserélésére lehet szükség. Ebben nyújt segítséget az RH-2 feladat.

- Számítsuk ki az eredő kétkapu H hibrid karakterisztikáját!
- Határozzuk meg az eredő kétkapu bemeneti ellenállását a primer kapu felől nézve, ha a szekunder kaput R ellenállással zárjuk le!
- Vizsgáljuk meg azt az esetet, ha a girációs ellenállások illetve az áttételek nem szükségszerűen azonosak!

2.1.4. RH-4.

Tekintsük az alábbi, két forrást tartalmazó hálózatot! Legyen $R_1 = 2R$ és $R_2 = 3R$. A források időben állandó forrásmennyiségűek. (Ha könnyebb számokkal, akkor legyen $R = 1\Omega$.)

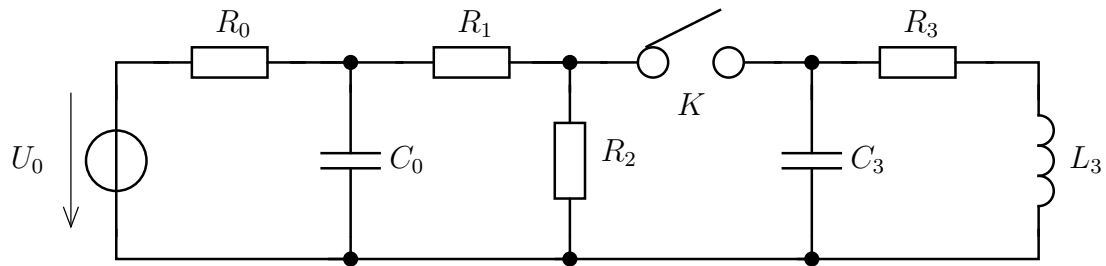


- Határozzuk meg az $U_0 - I_0$ síkon azon tartományokat, ahol csak az egyik forrás termelő! Adjuk meg a különböző tartományokat (a források termelő-fogyasztó tulajdonságai által meghatározott tartományokat) elválasztó görbék egyenletét! A teljes síkot figyelembe véve, mekkora lesz a különböző tartományok száma?
- Az R_1 és R_2 ellenállások értékét tekintsük paraméternek. Adjuk meg azon ellenállás értékeket, amelyek esetében tetszőleges U_0 és I_0 gerjesztésnél egyik forrás sem lesz fogyasztó!

2.2. Tetszőleges időbeli gerjesztésű hálózatok

2.2.1. TR-1

Tekintsük az alábbi hálózatot! Az R, L, C hálózati paraméterek pozitív értékűek.



A második kérdés után alkalmazzuk az alábbi paramétereket : $R_1 = 4R_0$, $R_2 = 5R_0$, $R_3 = 10R_0$, $C_3 = 4C_0$, $L_3 = 4R_0^2C_3$. Az ábrázolhatóság kedvéért legyen (valamilyen koherens egységrendszer alkalmazása esetén) $R_0 = 1$ és $C_0 = 1$, valamint $U_0 = 1$.

- Adja meg a hálózat állapotváltozós leírását a K kapcsoló zárt állapotában!
- Határozza meg az állapotváltozók értékét a $t = -0$ pillanatban, amikor a K kapcsoló még zárt.
- Számítsa ki és ábrázolja az R_3 ellenállás feszültségének időbeli változását a K kapcsoló kinyitása ($t = 0$ -ban) után! Ábrázolja a C_3 kondenzátor és az L_3 induktivitás energiáját az időfüggvényében!

2.2.2. TR-2

Egy másodrendű rendszert realizáló hálózat sajátértékei valósak ($\lambda_1 \neq \lambda_2 \in \mathcal{R}$) és az egyik a másik negyedével egyenlő. ($[t] = \mu s$)

- Adja meg az ugrásválasz általános alakját!
- Számítsa ki az ugrásválaszban szereplő (egyenlőre) ismeretlen együtthatókat, ha az alábbi mennyiségeket ismerjük

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = A \quad (1)$$

$$g(+0) - g(-0) = \frac{A}{5} \quad (2)$$

$$g(t = T_1) = 1,1 \cdot A \quad (3)$$

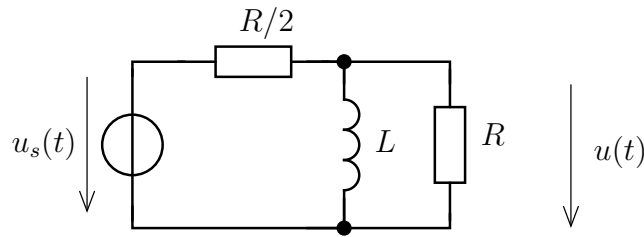
$$g(t = 0,8T_1) = 0,7 \cdot A \quad (4)$$

ahol $A = 2$ és $T_1 = 10\mu s$.

- Határozza meg a rendszer impulzusválasztát!

2.2.3. TR-3.

Egy elsőrendű hálózat, amely egy motor egyszerű modellje, látható az alábbi ábrán. Az R, L hálózati paraméterek, a szokásoknak megfelelően, pozitív értékűek.



- Vizsgáljuk meg a rendszer válaszát az

$$u_s(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Omega t + \varrho) \cdot \{\varepsilon(t) - \varepsilon(t - T)\}$$

gerjesztés esetére, ahol $T = \frac{2\pi}{\Omega}$! Határozzuk meg a válasz kifejezését, ha $\Omega > 0$, $\hat{U} > 0$.

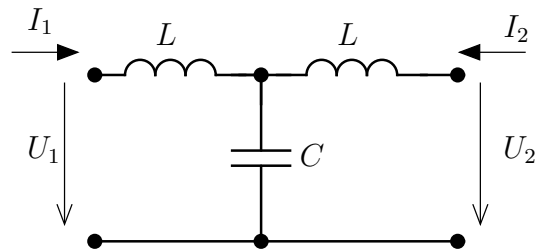
- Vizsgáljuk meg az előbb meghatározott $u(t)$ feszültséget! Határozzuk meg a feszültség abszolút értékének legnagyobb értékét, amelyet U_M jelöl! A ϱ paraméter mely értéke(i) esetén lesz maximális $\frac{U_M}{\hat{U}}$ mennyiség? Előfordulhat-e, hogy a gerjesztés kikapcsolás ($t > T$) esetén jelenik meg ez a legnagyobb kitérés?

2.3. Szinuszos hálózatok

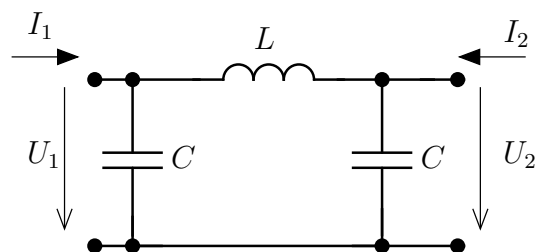
2.3.1. SZH-1.

A szinuszos kétkapu szerepe és viselkedése hasonló, mint a korábban tanult rezisztív kétkapuké. A különbség, hogy itt dinamikus elemek is lehetnek a kétkapuban, amelyek hatására a karakterisztika egyes elemei frekvenciafüggőek lesznek.

Egy szinuszos kétkapu (A) :



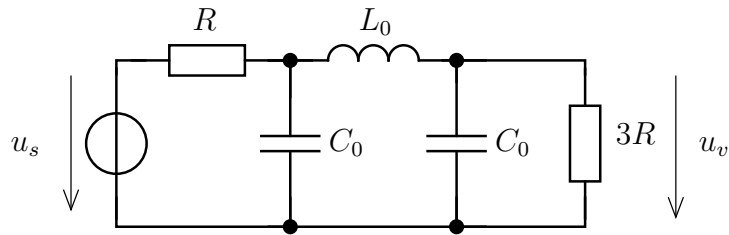
Egy másik szinuszos kétkapu (B) :



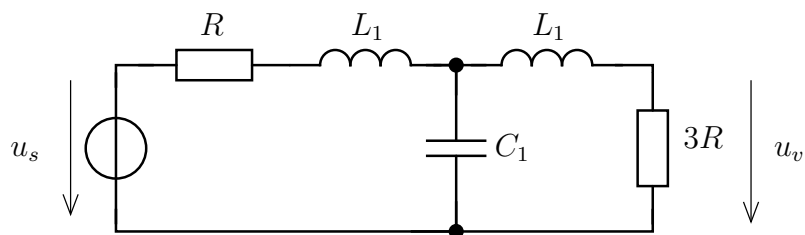
- Határozzuk meg a fenti két kétkapu esetén az impedancia karakterisztikát, a hibrid karakterisztikát és a lánckarakterisztikát! Vizsgáljuk meg az érdekes frekvenciákon a karakterisztikákat ($\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow \sqrt{L/C}$)!
- Mutassuk meg, hogy a fenti kétkapuk közül bármelyikből N darabot sorosan kapcsolva egy olyan kétkaput kapunk, amely hasonló alakú kétkapu karakterisztikával írható le, mint amelyeket sorba kapcsolunk!
- Mutassuk meg, hogy ha N elég nagy, akkor mindegy melyik kétkaput kapcsolunk sorba, azonos lesz az eredő kétkapu karakterisztikája!

2.3.2. SZH-2.

Az alábbi ábrán a kettős vezeték egy modelljét alkalmaztuk a generátor (feszültségforrás és generátor ellenállás) és a fogyasztó közötti összekötés modellezésére. Ez a modell nagyobb frekvenciákon jól alkalmazható. A rendszer válasza a bejelölt u_v feszültség.



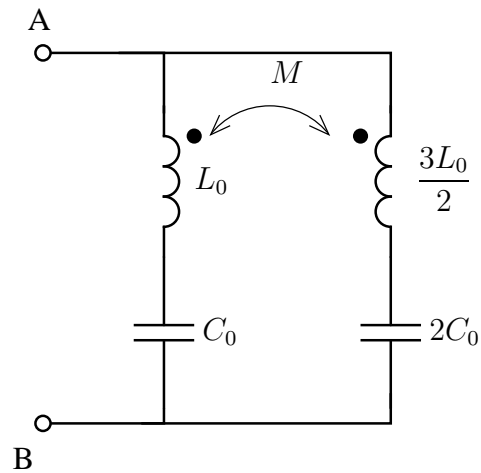
Egy másik alkalmazott modell segítségével az alsó ábrán látható hálózathoz jutunk.



Mutassuk meg, hogyan lehet áttérni a C_0 , L_0 által jellemzett és a C_1 , L_1 által jellemzett modellek között a hálózatokra felírt átviteli karakterisztika alapján! A reaktáns elemekből alkotott hálózati rész értelmezhető úgy is mint, egy szinuszos kétkapú. Határozzuk meg ennek a kétkapúnak a valamely leíró mátrixát! (Melyiket célszerű az adott lezárások esetén alkalmazni?)

2.3.3. SZH-3.

Párhuzamosan kapcsolunk két veszteségmentes rezgőkört az ábrának megfelelően. A tekercsek közötti kapcsolatot az M kölcsönös inductivitás fejezi ki.



- Számítsuk ki az így kapott kétpólus impedanciáját az ω körfrekvencia függvényében!
- Határozzuk meg a rezonáns ($Z \rightarrow 0$) és az antirezonáns ($Z \rightarrow \infty$) esetkhez kapcsolódó frekvenciákat!
- Hogyan változik a kölcsönös inductivitás (illetve az ebből megadható csatolási tényező, $k = \frac{L_1 \cdot L_2}{M^2}$) függvényében a rezonáns állapotok száma és helyzete!