

AHF C-1. - Számolás komplex számokkal

	algebrai alak	exponenciális alak	fázis(fokban)
z_1	$2 + 3j$	$3,605 \cdot \exp(j \cdot 0,98)$	56,30
z_2	$-3 + j$	$3,162 \cdot \exp(j \cdot 2,82)$	161,6
z_3	$-4 - 2j$	$4,472 \cdot \exp(-j \cdot 2,68)$	-153,4
z_4	$2 - 2j$	$2,828 \cdot \exp(-j \cdot 0,78)$	-45

a. Összeadás

	algebrai alak	exponenciális alak	fázis(fokban)
z_{12}	$-1 + 4j$	$4,123 \cdot \exp(j \cdot 1,81)$	104
z_{13}	$-2 + j$	$2,236 \cdot \exp(j \cdot 2,68)$	153,4
z_{14}	$4 + j$	$4,123 \cdot \exp(j \cdot 0,25)$	14,03
z_{23}	$-7 - j$	$7,07 \cdot \exp(-j \cdot 3)$	-171,8
z_{24}	$-1 - j$	$1,414 \cdot \exp(-j \cdot 2,35)$	-135
z_{34}	$-2 - 4j$	$4,472 \cdot \exp(-j \cdot 2,03)$	-116,5

b. Kivonás

	algebrai alak	exponenciális alak	fázis(fokban)
$z_{12} - z_{34}$	$1 + 8j$	$8,06 \cdot \exp(j \cdot 1,44)$	82,8
$z_{13} - z_{23}$	$5 + 2j$	$5,38 \cdot \exp(j \cdot 0,38)$	21,8
$z_{14} - z_{24}$	$5 + 2j$	$5,38 \cdot \exp(j \cdot 0,38)$	21,8

c. Szorzás

	algebrai alak	exponenciális alak	fázis(fokban)
$z_1 \cdot z_2$	$-9 - j$	$11,40 \cdot \exp(-j \cdot 2,48)$	-142,1
$z_3 \cdot z_4$	$-12 + 4j$	$12,65 \cdot \exp(j \cdot 2,82)$	161,5
$z_2 \cdot z_4$	$-4 + 8j$	$8,95 \cdot \exp(j \cdot 2,03)$	116,5
$z_1 \cdot z_3$	$-2 - 16j$	$16,12 \cdot \exp(-j \cdot 1,69)$	-97,1

d. Oszttás

	algebrai alak	exponenciális alak	fázis(fokban)
z_1/z_4	$-0,25 + 1,25j$	$1,275 \cdot \exp(j \cdot 1,768)$	101,3
z_2/z_4	$-1 - 0,5j$	$1,118 \cdot \exp(-j \cdot 2,68)$	-153,4
z_3/z_1	$-1,077 + 0,615j$	$1,24 \cdot \exp(j \cdot 2,62)$	150,2
z_2/z_3	$0,5 - 0,5j$	$0,707 \cdot \exp(-j \cdot 0,785)$	-45
z_4/z_3	$-0,2 + 0,6j$	$0,632 \cdot \exp(j \cdot 1,89)$	108,4

e.

$$z_1 \cdot \frac{z_2 + z_4}{z_3} = 0,3 + 1,1j = 1,14 \cdot e^{j \cdot 1,30}; \quad 1,30 = 74,75^\circ$$

$$z_3 \cdot (z_4 - z_1) = -10 + 20 * j = 22,36 \cdot e^{j \cdot 2,03}; \quad 2,03 = 116,5^\circ$$

f.

$$\frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_1}{z_4} = (0,5 - 0,5j) \cdot (-0,25 + 1,25j) = 0,5 + 0,75j = 0,901 \cdot e^{j \cdot 0,983}; \quad 0,983 = 56,31^\circ$$

$$\frac{z_3}{z_1} - \frac{z_4}{z_2} = (-1,08 + 0,615j) - (-0,8 + 0,4j) = -0,28 + 0,215j = 0,351 \cdot e^{j \cdot 2,48}; \quad 2,48 = 142,1^\circ$$

AHF C-2. - Összetettebb műveletek

1.

$$z_1 = (1 + j) \times (2 + j) = \frac{(1 + j) \cdot (2 + j)}{1 + j + 2 + j} = \frac{1 + 3j}{3 + 2j} = \frac{(1 + 3j) \cdot (3 - 2j)}{3^2 + 2^2} =$$

$$= \frac{(1 + 3j) \cdot (3 - 2j)}{(3 + 2j) \cdot (3 - 2j)} = \frac{9 + 7j}{13} = 0,6923 + 0,538j = 0,877e^{j \cdot 0,66}$$

2.

$$z_2 = (2 + j) \times (3 - 2j) = 1,577 + 0,116j = 1,581 e^{j \cdot 0,073}; \quad 0,073 = 4,19^\circ$$

3.

$$z_3 = (-3 + j) \times (4 - j) = -11 + 7j = 13,04 e^{j2,57}$$

4.

$$z_4 = -2j \times (10 + j) = \frac{-2j \cdot (10 + j)}{-2j + 10 + j} = 0,396 - j1,96 = 2 \cdot e^{-j1,37}$$

5.

$$z_5 = (2 - j) \times 5j = 2,5$$

6.

$$z_6 = (-2 - j) \times 5 = \frac{(-2 - j) \cdot 5}{-2 - j + 5} = -2,5 - 2,5j = 3,53 e^{-j2,36}$$

7.

$$z_7 = 2e^{j\pi/6} \times (2 + 3j) = 1,019 + 0,835j = 1,318 e^{j0,686}$$

8.

$$z_8 = 3e^{-j\pi/3} \times 5e^{j60^\circ} = 3,158 - j1,367 = 3,44 \cdot e^{-j \cdot 0,41}$$

9.

$$z_9 = 2,5ej30^\circ \times 4e^{-j90^\circ} = 2,827 - 0,408j = 2,85 e^{-j \cdot 0,14}$$

10.

$$z_{10} = j \times 2j = \frac{j \cdot 2j}{j + 2j} = \frac{2j}{3} = \frac{2}{3} e^{j\pi/2}$$

11.

$$z_{11} = -2j \times 3j = -6j = 6 e^{-j \cdot \pi/2}$$

12.

$$z_{12} = -5j \times (-10j) = -\frac{10}{3}j = \frac{10}{3} e^{-j\pi/2}$$

13.

$$z_{13} = 2 + j \times 4 = 2 + \frac{4j}{4 + j} = 2 + 0,235 + 0,942j = 2,235 + 0,942j = 2,425 e^{j \cdot 0,40}$$

14.

$$z_{14} = (5 \times -j) + (2j \times 10) = 0,577 + 0,961j = 1,121 e^{j \cdot 1,03}$$

15.

$$z_{15} = (10 - 3j) \cdot (j \times (1 + j)) = (10 - 3j) \cdot (0,2 + 0,6j) = 3,8 + 5,4j = 6,6 \cdot e^{j \cdot 0,958}$$

AHF C-3. - Egyéb feladatok

$$z_1 = 10; z_2 = 2 + j; z_3 = -3j; z_4 = 3 - j$$

a.

$$\frac{z_1}{z_1 + z_2} \cdot \frac{z_3 \times (z_1 + z_2)}{z_4 + z_3 \times (z_1 + z_2)} = \frac{z_1}{z_1 + z_2} \cdot \frac{z_3 \cdot (z_1 + z_2)}{z_4 + \frac{z_3 \cdot (z_1 + z_2)}{z_1 + z_2 + z_3}} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_3 \cdot (z_1 + z_2) + z_4 \cdot (z_1 + z_2 + z_3)} =$$

$$\frac{-30j}{(3 - 36j) + (34 - 18j)} = \frac{-30j}{37 - 54j} = 0,378 - 0,259j = 0,458 e^{-j0,6}; \quad -0,6 = -34,4^\circ$$

b.

$$\frac{z_2 + z_3}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{2 - 2j}{12 - 2j} = 0,189 - 0,135j = 0,232 e^{-j 0,62}; \quad -0,62 = -35,5^\circ$$

c.

$$\frac{z_2}{z_2 + z_3} \cdot \frac{z_4 \times z_2 + z_3}{z_2 + z_4 \times (z_2 + z_3)} = \frac{z_2}{z_2 + z_3} \cdot \frac{z_3 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_2 + z_4}}{z_2 + \frac{z_4(z_2 + z_3)}{z_4 + z_2 + z_3}} =$$

$$= (0,25 + 0,75j) \cdot (0,378 - 0,87j) = 0,747 + 0,066j = 0,75 e^{j 0,088}; \quad 0,088 = 5,05^\circ$$

d.

$$\frac{z_3 \times z_2}{z_2} = \frac{z_3 z_2}{z_2} = \frac{z_3}{z_3 + z_2} = 0,75 - 0,75j = 1,06 e^{-j0,785}; \quad -0,785 = -45^\circ;$$

e.

$$\frac{(z_1 + z_2) \times z_3}{z_1 + z_2} = \frac{(z_1 + z_2) z_3}{z_1 + z_2 + z_3} = \frac{z_3}{z_1 + z_2 + z_3} = 0,040 - 0,243j = 0,246 e^{-j \cdot 1,40}$$

f.

$$\frac{z_4 \times (z_1 + z_2)}{z_4} = \frac{z_4(z_1 + z_2)}{z_1 + z_2 + z_4} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 + z_2 + z_4} = \frac{12 + j}{15} = 0,8 + 0,066j = 0,803 e^{j \cdot 0,083}$$

AHF C-4. - Egyenletrendszer

$$\begin{aligned}(1+j) \cdot x_1 - 2j \cdot x_2 &= 4e^{-j\pi/5} \\ (2-j) \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 &= 10\end{aligned}$$

A megoldáshoz használjuk a Cramer-szabályt
(http://en.wikipedia.org/wiki/Cramer's_rule) :

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 4 e^{-j\pi/5} & -2j \\ 10 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (1+j) & -2j \\ (2-j) & 5 \end{vmatrix}} = \frac{4 e^{-j\pi/5} \cdot 5 - 10 \cdot (-2j)}{(1+j) \cdot 5 - (-2j) \cdot (2-j)} = \frac{4,204 e^{-j\cdot 2,71}}{11,4 e^{j\cdot 0,909}} = 0,488 e^{j\cdot 2,23}$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} (1+j) & 4 e^{-j\pi/5} \\ (2-j) & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (1+j) & -2j \\ (2-j) & 5 \end{vmatrix}} = \frac{14,27 e^{-j\cdot 2,99}}{11,4 e^{j\cdot 0,909}} = 1,251 e^{j\cdot 2,377}$$