

Feladatok a Laplace-transzformáció alkalmazására

Reichardt, András

2019. október 14.

1. Feladatok a Laplace-transzformáció számítására

► **P1.1** Határozzuk meg az alábbi függvények Laplace-transzformáltját!

1. $\varepsilon(t)$

2. $\varepsilon(t) \cdot e^{-3t}$

3. $\varepsilon(t) \cdot t \cdot e^{-4t}$

4. $\varepsilon(t) \cdot (1 - e^{-2t})$

5. $\varepsilon(t) \cdot (e^{-3t} + 3 \cdot e^{-2t})$

6. $\varepsilon(t) \cdot \cos(4t + 0,5)$

7. $\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 2)e^{-3t}$

8. $\varepsilon(t) \cdot (-t^2 + t) - \varepsilon(t - 1) \cdot (-t^2 + t)$



► **P1.2** Adjuk meg az alábbi, Laplace-transzformáltjokkal adott jelek időfüggvényét!

1. $\frac{s + 1}{s + 3}$

2. $\frac{s}{s + 3}$

3. $\frac{s}{s^2 + 6s + 9}$

4. $\frac{2s^2 - 5s}{s^2 + 5s + 6}$

5. $\frac{2s + 3}{s^2 + 9}$

6. $\frac{1 + e^{-100s}}{s + 5}$

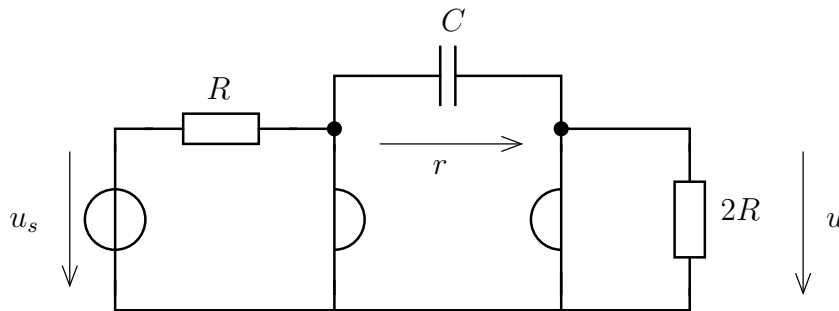
7. $\frac{s(s + 3)}{(s + 2)(s^2 + 2)}$



2. Feladatok a Laplace-transzformáció alkalmazására

► **P2.1** Tekintsük az alábbi, girátort is tartalmazó, hálózatot! A hálózati paraméterek az alábbiak :

$$R = 70\Omega; r = 50\Omega; C = 0,1\mu F; \omega_0 = 300\text{krad/s}$$



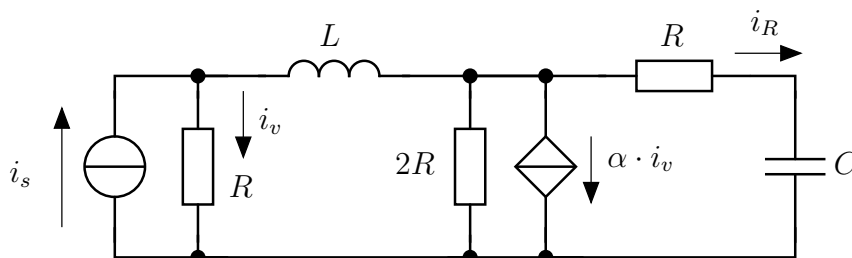
Oldjuk meg az alábbi feladatokat a bejelölt u feszültségre, mint válaszra, vonatkozóan!

1. Határozzuk meg az impulzusválaszt!
2. Számítsuk ki az $u_s(t) = 10V \cdot \varepsilon(t)$ gerjesztésre adott választ!
3. Számítsuk ki és ábrázoljuk a választm, ha $u_s(t) = 10V \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - T))$, ahol $T = 10\mu s$!
4. * Határozzuk meg az átvitt és a betáplált energia arányát az előző pont gerjesztése esetében!
5. Adjuk meg a válasz időfüggvényét, ha

$$u_s(t) = 10V \cdot \sin(\omega_0 t) \cdot \varepsilon(t)$$

► **P2.2** A hálózat paraméterei (csak akkor használjuk, ha a feladat jelzi) :

$$R = 2k\Omega; \alpha = 0,7; C = 0,5nF; L = 1,1mH$$



- a. Határozzuk meg a rendszer áfeladattviteli függvényét, ha a hálózati paramétereket paramétereknek tekintjük!
- b. Milyen α paraméter esetén lesz a rendszer stabil? Ha az L, C, α paramétereket adottnak (tetszőleges) tekintjük, akkor az R mely értéke esetében lesz a rendszer lengő jellegű?
- c. Használjuk a hálózati paraméterek adott értékeit és határozzuk meg az
 - impulzusválaszt

- ugrásválaszt!

Ellenőrizzük mindkét esetben a $t \rightarrow 0+$ illetve $t \rightarrow \infty$ határhelyzeteket az időfüggvény meghatározása alapján illetve az időfüggvény meghatározása nélkül (kezdeti ill. végértéktétel alkalmazásával)!

d. Számítsuk ki a hálózati paraméterek adott értékei esetén a válasz kifejezését, ha

$$i_s(t) = I_0 \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t - T)) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

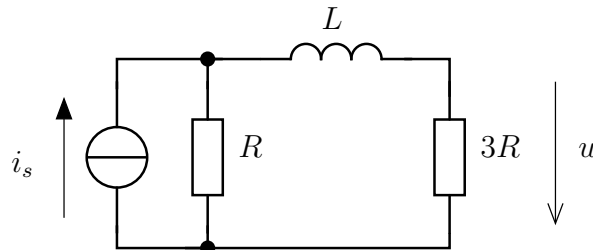
ahol $T = 0,5\mu s$

► **P2.3** Tekintsük azt a rendszert, amelynek átviteli függvénye

$$H(s) = 3 \cdot \frac{s + 0,4}{s^2 + 8s + 15}$$

1. Határozzuk meg a rendszer ugrásválasztát! (A választ, ha a gerjesztés $u(t) = \varepsilon(t)$.)
2. Vizsgáljuk meg az impulzusválasz $t \rightarrow \infty$ határértékét az időfüggvény illetve az átviteli függvény alapján!
3. Mi a válasz, ha a gerjesztés $u(t) = 4 \cdot e^{-3t}\varepsilon(t)$? Adjuk meg a válasz legkisebb és legnagyobb értékeit! Vázoljuk a kapott választ!

► **P2.4** Oldjuk meg az alábbi feladatokat a következő hálózat által reprezentált rendszer esetében!

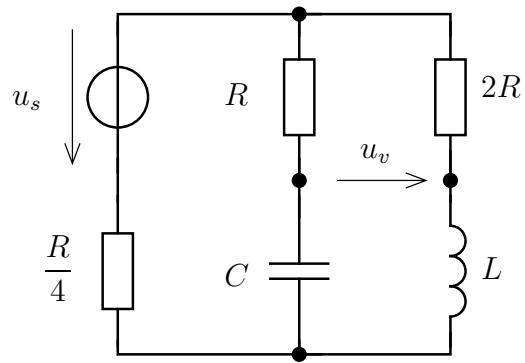


Számítsuk ki

1. az átviteli függvényt,
2. az impulzusválaszt,
3. az $i_s(t) = I_0\varepsilon(t)$ -re adott választ,
4. az $i_s(t) = I_0e^{-\beta t}\varepsilon(t)$ -re adott választ, ha a $\beta \neq \frac{4R}{L}$ illetve a $\beta = \frac{4R}{L}$ esetekben!

► **P2.5**

Határozzuk meg az alábbi hálózat által reprezentált rendszer esetében az átviteli függvényt, az impulzusválaszt és az ugrásválaszt! (A feszültségforrás feszültséges a gerjesztés, a bejelölt u_v feszültség a válasz!) A hálózati paraméterek : $R = 0,2k\Omega$, $C = 10$ pF, $L = 0,3\mu H$.



■ **F2.6**

Tekintsük az előbbi feladatban szereplő hálózatot! Számítsuk ki a válasz kifejezését, ha a gerjesztés az általánosított trapézimpulzus! Mekkora energia veszik el a feszültségforrással sorba kapcsolt ellenálláson ezen gerjesztés esetében? ($T_1 = 2$ ns, $T_2 = 8$ ns, $T_3 = 11$ ns)

